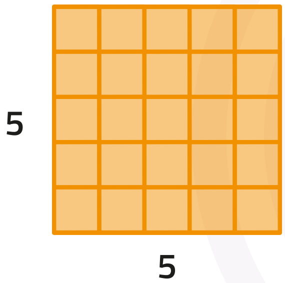
Der Flächeninhalt - allgemein

In diesem Quadrat sind 25 kleine Quadrate enthalten.



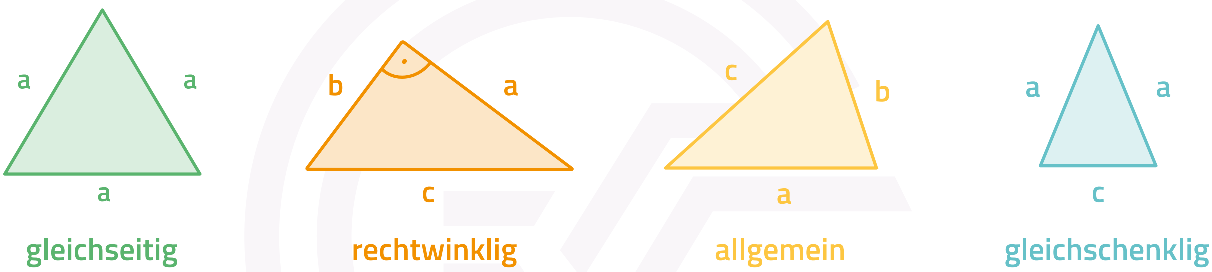
Der Flächeninhalt beträgt also 25 kleine Quadrate.

Flächeneinheiten (AE):

1 mm^2	Quadratmillimeter
1 cm^2	Quadratzentimeter
1 dm^2	Quadratdezimeter
1 m^2	Quadratmeter
1 a	Ar
1 ha	Hektar
1 km^2	Quadratkilometer

Dreiecke Überblick

Arten von Dreiecken:



Umfang eines Dreiecks:

$$\boxed{U_{\triangle} = a + b + c}$$

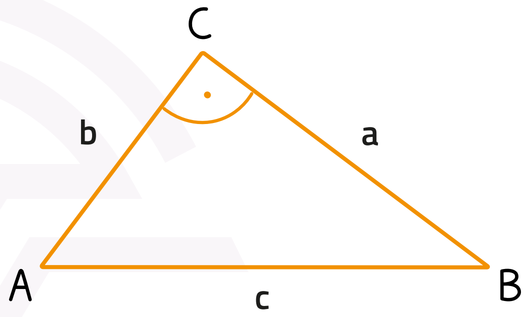
Winkelsumme in einem Dreieck:

$$\boxed{\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ}$$

Rechtwinkliges Dreieck

Flächeninhalt vom rechtwinkligen Dreieck:

$$A_{◺} = \frac{a \cdot b}{2}$$



Umfang vom rechtwinkligen Dreieck:

$$U_{◺} = a + b + c$$

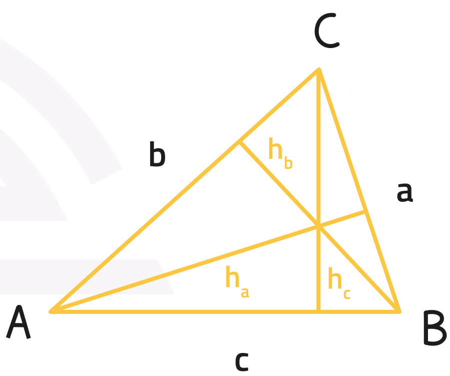
Allgemeines Dreieck

Flächeninhalt vom allgemeinen Dreieck:

$$A_{\triangle} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$A_{\triangle} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

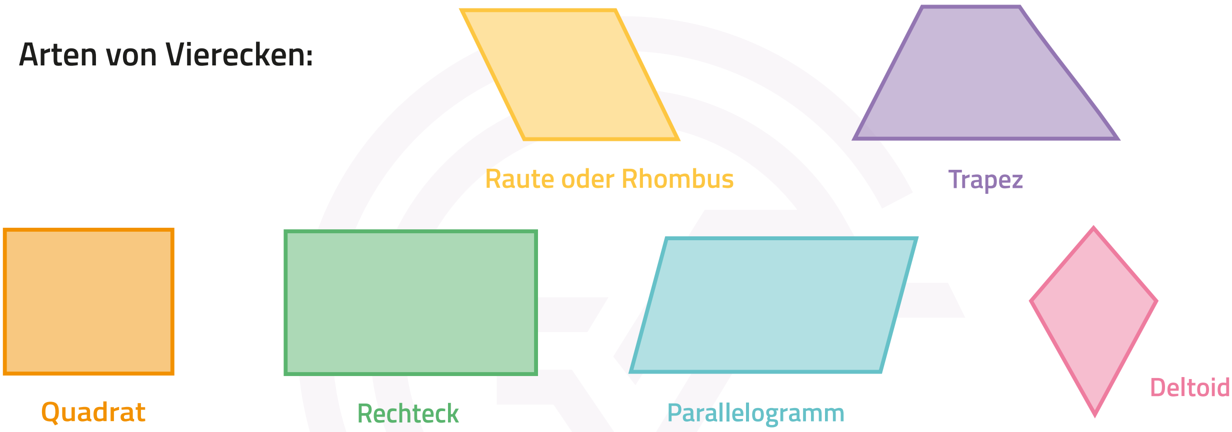


Umfang vom allgemeinen Dreieck:

$$U_{\triangle} = a + b + c$$

Regelmäßige Vierecke Überblick

Arten von Vierecken:



Umfang eines Vierecks:

$$U_{\square} = a + b + c + d$$

Winkelsumme in einem Viereck:

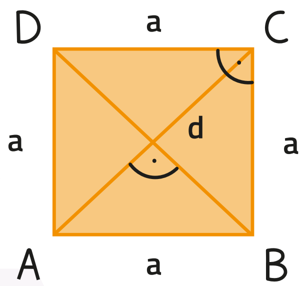
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Quadrat und Rechteck

Flächeninhalt vom Quadrat:

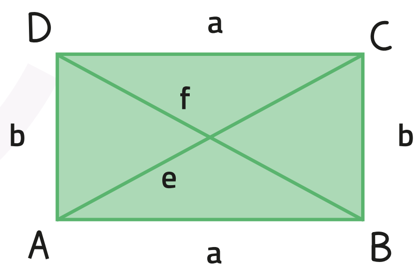
$$A_{\square} = a \cdot a = a^2$$

$$A_{\square} = \frac{d^2}{2}$$



Flächeninhalt vom Rechteck:

$$A_{\square} = a \cdot b$$

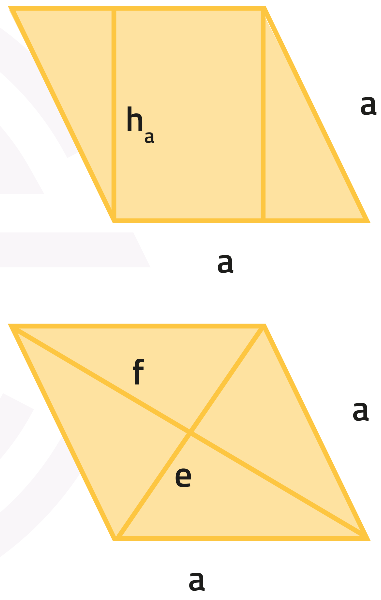


Raute (Rhombus)

Flächeninhalt von der Raute:

$$A_{▱} = a \cdot h_a$$

$$A_{▱} = \frac{e \cdot f}{2}$$

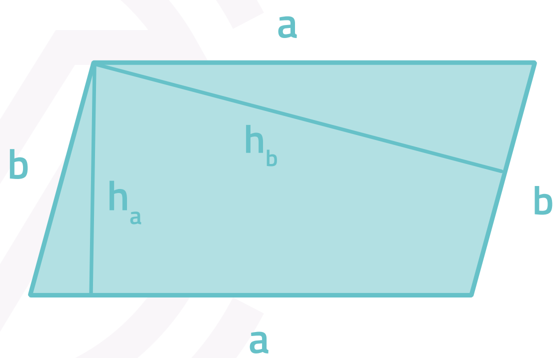


Parallelogramm

Flächeninhalt vom Parallelogramm:

$$A_{▱} = a \cdot h_a$$

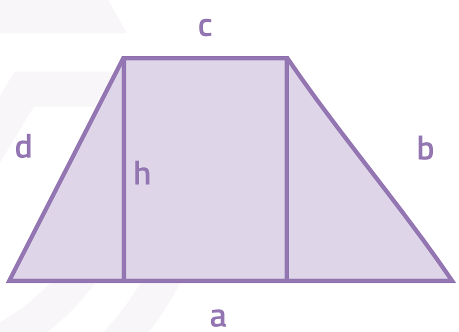
$$A_{▱} = b \cdot h_b$$



Trapez

Flächeninhalt vom Trapez:

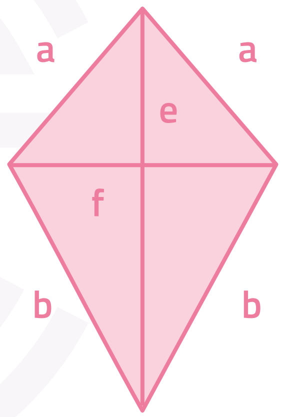
$$A_{\triangle} = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$



Deltoid

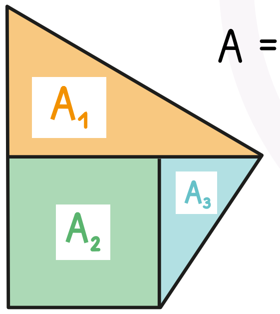
Flächeninhalt vom Deltoid:

$$A_{\diamond} = \frac{e \cdot f}{2}$$

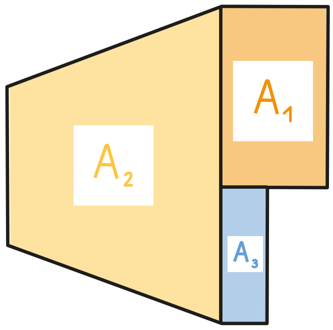


Allgemeines Viereck und Vieleck

Für den Flächeninhalt von unregelmäßigen Vierecken oder von unregelmäßigen Vielecken gibt es keine allgemeine Formel.
Daher zerteilt man diese unregelmäßigen Vierecke und Vielecke einfach in mehrere regelmäßige Dreiecke und Vierecke und kann sich so den Flächeninhalt ausrechnen.



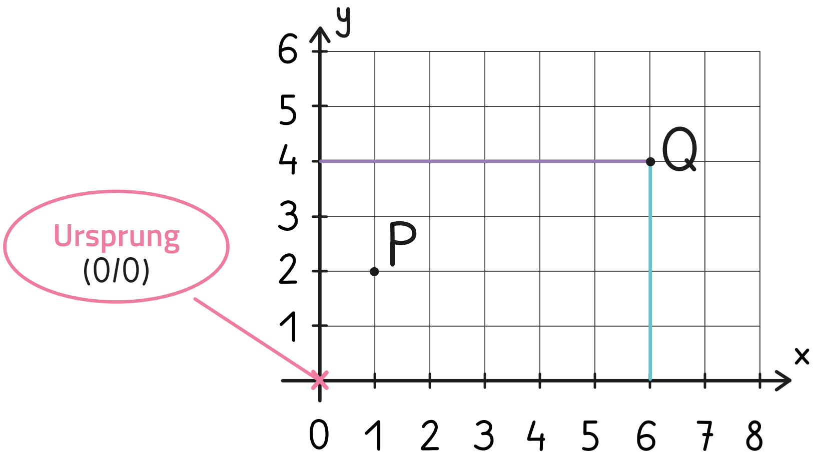
$$A = A_1 + A_2 + A_3$$



$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

Das positive Koordinatensystem

Kartesische Koordinaten



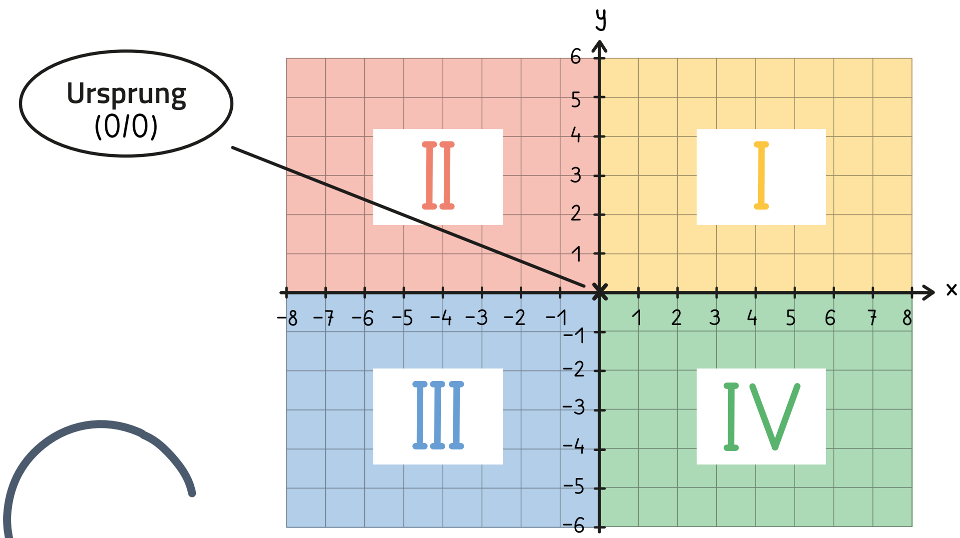
P = (1/2)

Q = (6/4)

x - Koordinate

y - Koordinate

Die 4 Quadranten

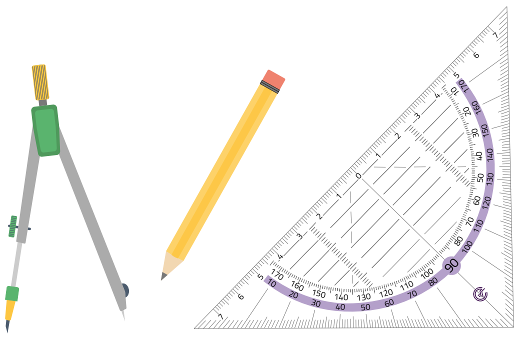


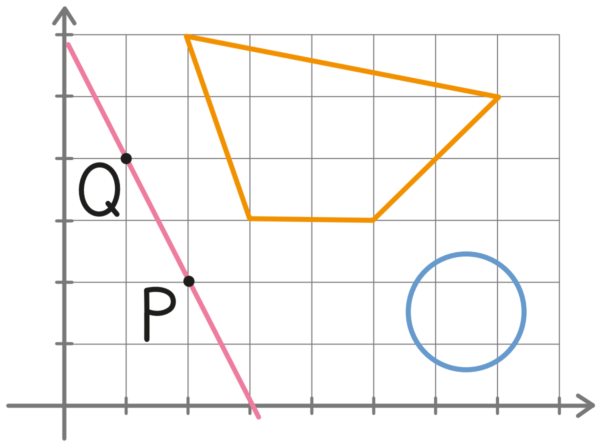
1. Quadrant
2. Quadrant
3. Quadrant
4. Quadrant

Konstruieren im Koordinatensystem

Wir können in ein zweidimensionales Koordinatensystem z.B. Punkte, Gerade oder Figuren einzeichnen.

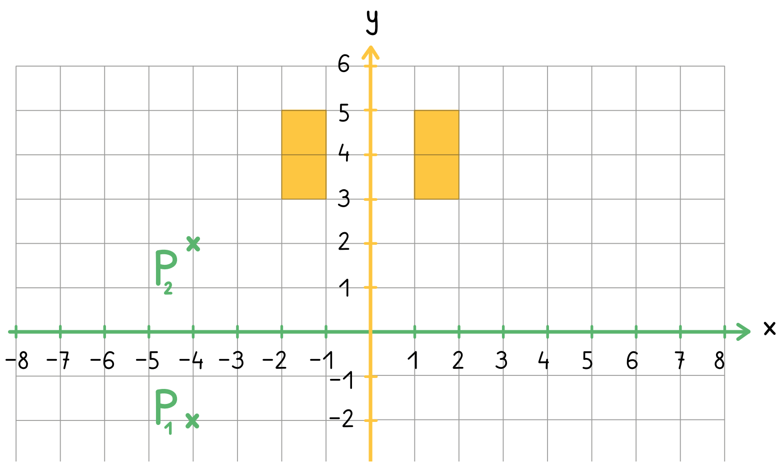
Verwende immer ein Geodreieck, wenn du Gerade oder Figuren konstruierst ist.
Zur Konstruktion von einem Kreis brauchst du einen Zirkel!





Koordinaten spiegeln

Wir können z.B. Punkte spiegeln, aber auch ganze Figuren.
Häufig werden Punkte oder Figuren an der x - Achse oder der y - Achse gespiegelt.

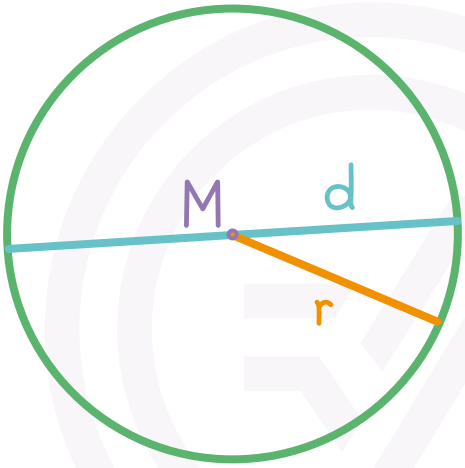


Spiegeln an der x-Achse

Spiegeln an der y-Achse

Der Kreis

Kreis:



Mittelpunkt M

Kreislinie k

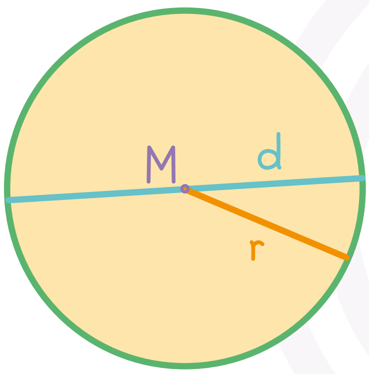
Radius r

Durchmesser d

Kreiszahl π: $\pi = 3{,}1415926535...$

π = "pi"

Fläche und Umfang des Kreis



Kreisumfang:

$U = 2 \cdot r \cdot \pi$

$U = d \cdot \pi$

Kreisfläche:

$A = r^2 \cdot \pi$

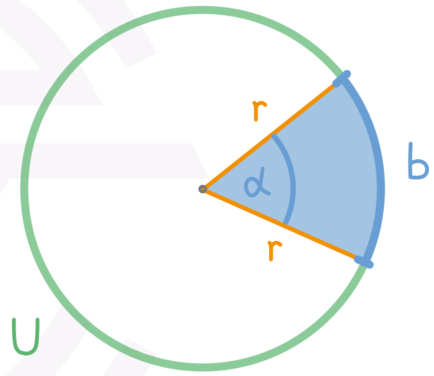
$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$

Kreisbogen

Länge des Kreisbogens b:

$$b = \frac{\alpha}{360} \cdot U$$

$$b = \frac{\alpha}{360} \cdot 2r\pi$$

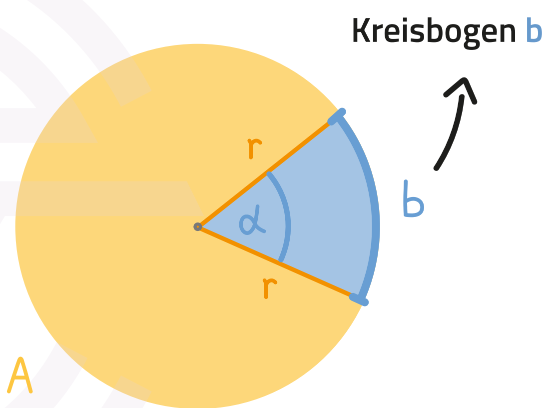


Kreissektor

Fläche des Kreissketors:

$$A_{Sektor} = \frac{\alpha}{360} \cdot A = \frac{\alpha}{360} \cdot r^2\pi$$

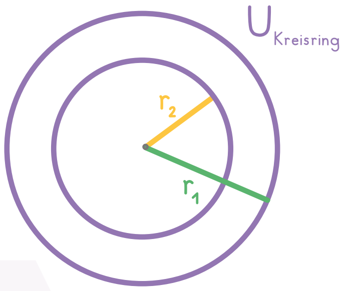
$$A_{Sektor} = \frac{b \cdot r}{2}$$



Kreisring

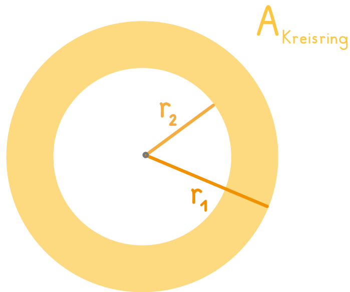
Umfang des Kreisrings $U_{Kreisring}$:

$$U_{Kreisring} = U_1 + U_2 = 2 r_1 \pi + 2 r_2 \pi$$



Flächeninhalt des Kreisrings $A_{Kreisring}$:

$$A_{Kreisring} = A_1 - A_2 = r_1^2 \pi - r_2^2 \pi$$

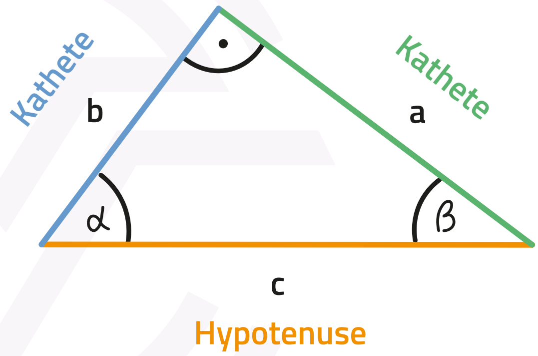


Rechtwinklige Dreiecke

Rechtwinkliges Dreieck:

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$U_{\triangle} = a + b + c$$

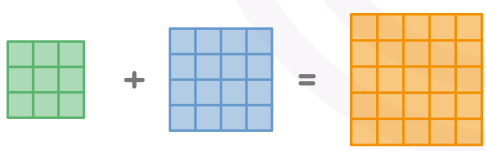


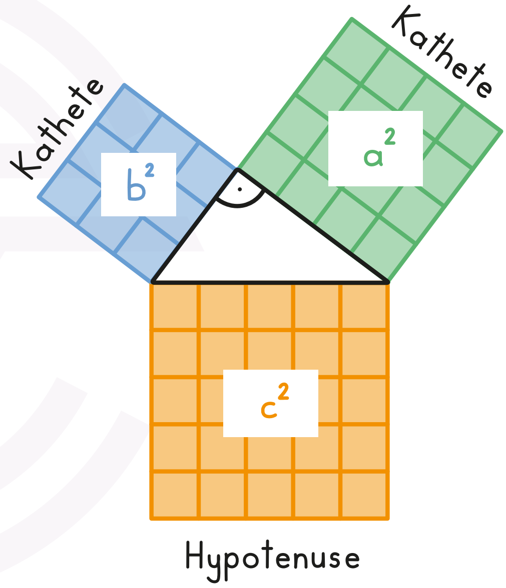
Satz von Pythagoras

Der Satz von Pythagoras gilt nur in RECHTWINKLIGEN Dreiecken!

$$\text{Kathete}^2 + \text{Kathete}^2 = \text{Hypotenuse}^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

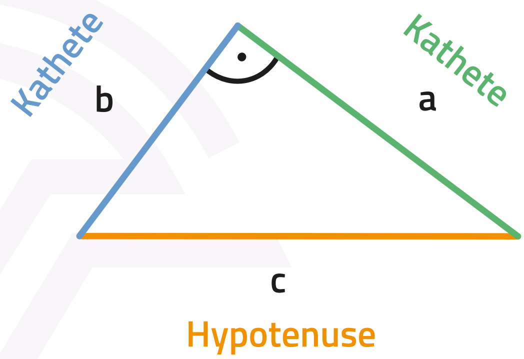




Hypotenuse und Ankatheten

Hypotenuse berechnen:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Ankatheten berechnen:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

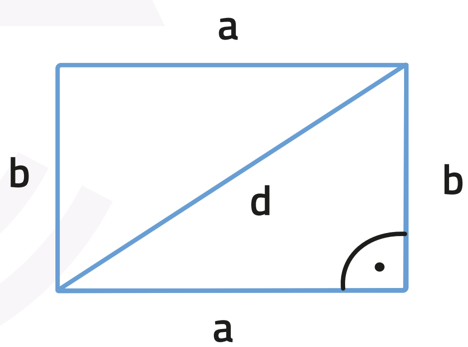
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Anwendung in Rechtecken

Der Satz von Pythagoras gilt eigentlich nur für rechtwinklige Dreiecke. Er kann aber trotzdem auch in Vierecken genutzt werden: Oft kannst du rechtwinklige Dreiecke in Vierecken einzeichnen!

Diagonale des Rechtecks: $a^2 + b^2 = d^2$

$$\Longrightarrow \boxed{d = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

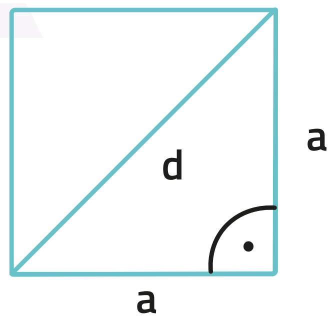


Anwendung in Quadraten

Der Satz von Pythagoras gilt eigentlich nur für rechtwinklige Dreiecke.
Er kann aber trotzdem auch in Vierecken genutzt werden: Oft kannst du rechtwinklige Dreiecke in Vierecken einzeichnen!

Diagonale des Quadrats: $a^2 + a^2 = d^2$

$$\Longrightarrow \boxed{d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2}}$$

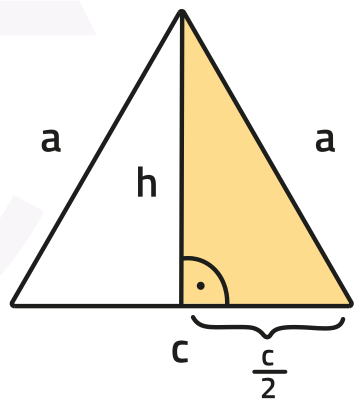


Anwendung in gleichschenkligen Dreiecken

Der Satz von Pythagoras gilt eigentlich nur für rechtwinklige Dreiecke.
Er kann aber trotzdem auch in anderen Dreiecken genutzt werden: Oft kannst du rechtwinklige Dreiecke in andere Dreiecke einzeichnen!

Höhe des gleichschenkligen Dreiecks: $h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2$

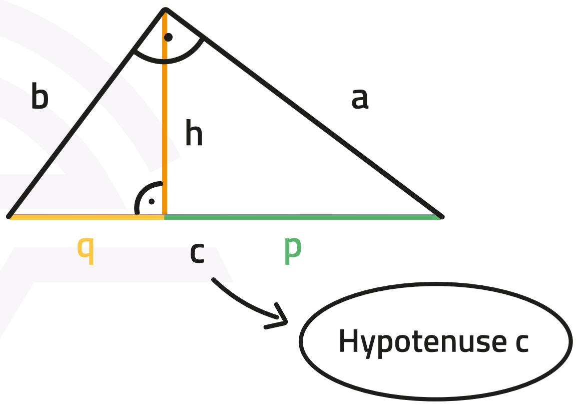
$$\Longrightarrow \boxed{h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}}$$



Der Höhensatz

Für die Hypotenusenabschnitte
p und q gilt:

$$c = p + q$$



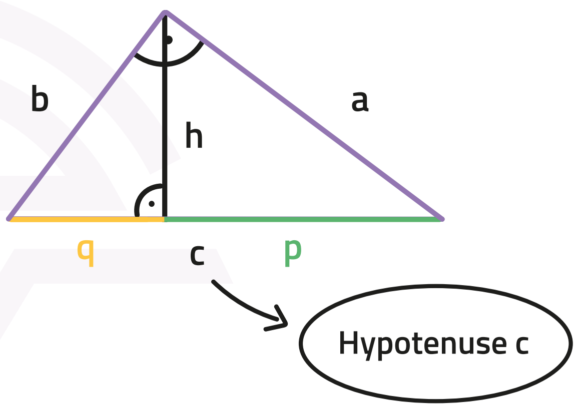
Höhensatz (im rechtwinkligen Dreieck):

$$h^2 = p \cdot q$$

Die Kathetensätze

Für die Hypotenusenabschnitte
p und q gilt:

$$c = p + q$$

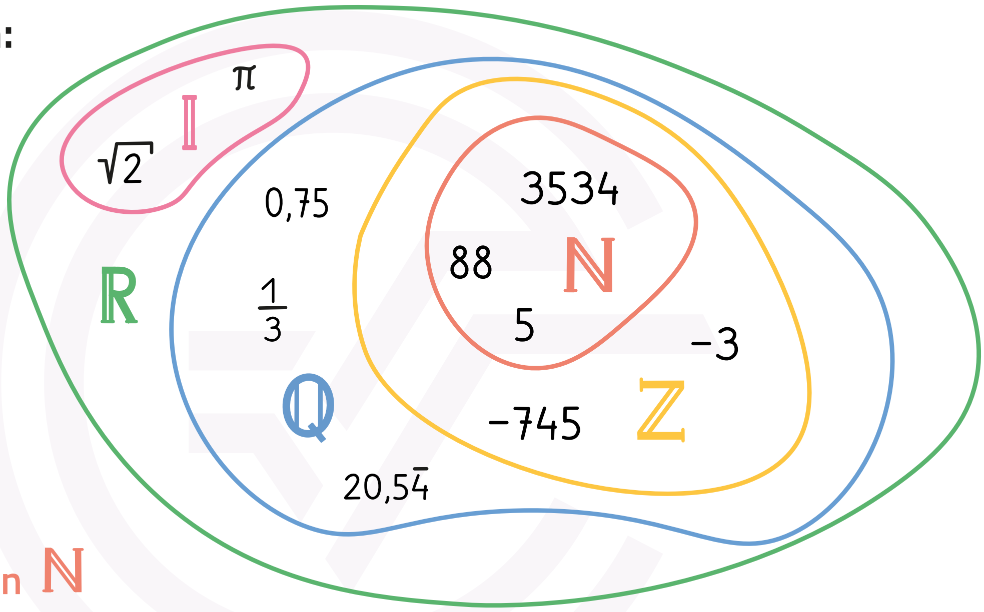


Kathetensätze
(im rechtwinkligen Dreieck):

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

Zahlenmengen:



natürliche Zahlen ℕ

ganze Zahlen ℤ

rationale Zahlen ℚ

irrationale Zahlen 𝕀

reelle Zahlen ℝ

Die Natürlichen Zahlen ℕ

Die Menge der natürlichen Zahlen ℕ ist die Menge der positiven, ganzen Zahlen.

Leichter gesagt: Es sind die Zahlen, die man zum Zählen verwendet!

kleinste natürliche Zahl?

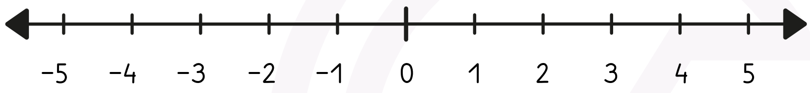
0

größte natürliche Zahl?

∞

Die Ganzen Zahlen ℤ

Die ganzen Zahlen ℤ :



kleinste ganze Zahl?

$-\infty$

größte ganze Zahl?

∞

Der Betrag einer Zahl ist der Abstand dieser Zahl von Null und ist daher immer positiv.

Beispiel: $|-5| = 5$, $|20| = 20$

Die Rationalen Zahlen ℚ

Die Menge der rationalen Zahlen ℚ ist die Menge alle Zahlen, die man als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen kann.

Beispiel: $-\frac{2}{7}$ oder $0{,}25$, weil $0{,}25 = \frac{1}{4}$

Die Rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$

Arten von Dezimalzahlen:

endliche Dezimalzahlen	rein periodische Dezimalzahlen	gemischt periodische Dezimalzahlen
Beispiele:	Beispiele:	Beispiel:
3,2 oder −1,25	$1,\overline{6} = 1,666666...$	$0,5\overline{4} = 0,54444...$
	$-7,\overline{812} = -7,812812...$	

Die Irrationalen Zahlen $\mathbb{I}$

Die Menge der irrationaler Zahlen $\mathbb{I}$ ist die Menge alle Zahlen, die unendlich viele, nicht periodische Nachkommastellen haben.

Irrationale Zahlen können wir NICHT als Bruch darstellen!

Berühmte irrationale Zahlen:

Kreiszahl π: $\pi = 3,1415926535...$

Euler'sche Zahl e: $e = 2,718281828459...$

Die Irrationalen Zahlen $\mathbb{I}$

Die Wurzel einer natürlichen Zahl $\mathbb{N}$ ist...

... entweder wieder eine natürliche Zahl. z.B. $\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$

... oder eine irrationale Zahl. z.B. $\sqrt{2} = 1{,}41421356237... \in \mathbb{I}$

Die Reellen Zahlen $\mathbb{R}$

Die rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ und die irrationalen Zahlen $\mathbb{I}$ bilden gemeinsam die Menge der reellen Zahlen $\mathbb{R}$.

Jeder reellen Zahl ist genau ein Punkt auf der Zahlengerade zugeordnet.

Addieren und Subtrahieren von Ganzen Zahlen

$a + (+b) = a + b$	„Plus und plus macht plus."
$a + (-b) = a - b$	„Plus und minus macht minus."
$a - (+b) = a - b$	„Minus und plus macht minus."
$a - (-b) = a + b$	„Minus und minus macht plus."

Klammer vor Punkt vor Strich!

Multiplizieren und Dividieren von Ganzen Zahlen

Multiplizieren:

$(+a) \cdot (+b) = +(a \cdot b)$	„Plus mal plus ist plus."
$(+a) \cdot (-b) = -(a \cdot b)$	„Plus mal minus ist minus."
$(-a) \cdot (+b) = -(a \cdot b)$	„Minus mal plus ist minus."
$(-a) \cdot (-b) = +(a \cdot b)$	„Minus mal minus ist plus."

Dividieren:

$(+a) : (+b) = +(a : b)$	„Plus dividiert durch plus ist plus."
$(+a) : (-b) = -(a : b)$	„Plus dividiert durch minus ist minus."
$(-a) : (+b) = -(a : b)$	„Minus dividiert durch plus ist minus."
$(-a) : (-b) = +(a : b)$	„Minus dividiert druch minus ist plus."

Es ist nicht erlaubt durch Null zu dividieren!

Rechnen mit rationalen Zahlen

Alle Rechenregeln für die ganzen Zahlen gelten auch für rationale Zahlen!

„Plus mal plus ist plus."

„Plus mal minus ist minus."

„Minus mal plus ist minus."

„Minus mal minus ist plus."

Man darf nicht durch 0 dividieren!

$(-a) = (-1) \cdot a$

Merke!

Klammer vor Punkt vor Strich!

Rechnen mit Brüchen

PLUS oder MINUS ?

⟹ Auf den selben Nenner bringen!

Brüche MULTIPLIZIEREN?

⟹ Oben mal oben, Unten mal unten!

Brüche DIVIDIEREN?

⟹ mit Kehrwert multiplizieren!

Den Kehrwert eines Bruchs erhält man durch Vertauschen von Zähler und Nenner!

Der Kehrwert von $\frac{a}{b}$ ist $\frac{b}{a}$.

Variablen

Variablen sind Platzhalter für Zahlen!

Wofür braucht man Variablen?

Formeln

$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

Terme

$(a + 3b) \cdot (2 - 4a)$

Gleichungen

$10x + 2 = 12$

$x = ?$

Terme

Ein Term ist eine Kombination aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen, aber ohne Gleichheitszeichen!

Zahl

$3x + 5$

Rechenzeichen

Variable

Der Wert eines Terms

Was ist der Wert dieses Terms?

$2 \cdot a + 3 \cdot b$ mit $a = 4, \; b = 2$

Dann ist der Wert dieses Terms:

$2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$

Um den Wert eines Terms zu berechnen, setze ich einfach die Werte der Variablen in diesen Term ein!

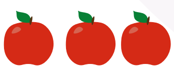
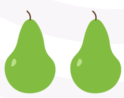
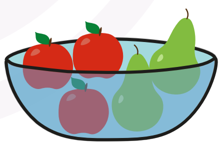
Addieren und Subtrahieren von Termen

Beim Addieren und Subtrahieren von Termen ist es wichtig, dass du immer nur Gleiches mit Gleichem addierst und subtrahierst!

also Zahlen mit Zahlen und Variablen mit gleichen Variablen

Das kannst du mit Obstsorten vergleichen. In einem Obstkorb kannst du auch immer nur gleiches Obst mit gleichem Obst zusammenrechnen. Alles andere würde keinen Sinn ergeben.

$3a + 2b = 3a + 2b$

 +  = 

Klammern auflösen

Wenn du eine Klammer auflösen möchtest, musst du auf das Vorzeichen VOR der Klammer achten.

Steht ein Plus vor der Klammer, kannst du die Klammer einfach weglassen.

Steht ein Minus vor der Klammer, musst du alle Vorzeichen umkehren.

$a + (b + c) = a + b + c$ $\qquad$ $a + (b - c) = a + b - c$

$a - (b + c) = a - b - c$ $\qquad$ $a - (b - c) = a - b + c$

Multiplizieren von Termen

Allgemein gilt: Gleiches mit Gleichem multiplizieren!

also Zahlen mit Zahlen und Variablen mit gleichen Variablen

Klammer mit Faktor multiplizieren ("Hineinmultiplizieren"):

$2 \cdot (a + b) = 2a + 2b$

⟹ Faktor mit jedem Eintrag multiplizieren!

2 Klammern multiplizieren:

$(a - 2) \cdot (b + 3) = ?$

⟹ jeden Eintrag mit jedem Eintrag multplizieren!

Herausheben bei Termen

Beim Herausheben ziehst du Zahlen, Variablen oder ganze Terme aus einer Klammer heraus.

Du kannst nur Zahlen, Variablen oder Terme aus der Klammer herausheben, die in allen Teilen innerhalb der Klammer vorkommen. Du machst damit das „Hineinmultiplizieren" rückgängig!

„Hinein multiplizieren"

$$4 \cdot (x - y) = 4x - 4y$$

Herausheben

Der Punkt - Null - Satz

Der Punkt-Null-Satz:

$$A \cdot B = 0 \iff A = 0 \quad \text{oder} \quad B = 0$$

(oder beide sind 0)

Potenzen in Termen multiplizieren

Multipliziert man zwei oder mehrere Potenzen mit GLEICHER BASIS miteinander, so werden die Exponenten addiert:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Für Potenzen mit GLEICHEM EXPONENTEN gilt:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Potenzen in Termen dividieren

Dividiert man zwei oder mehrere Potenzen mit GLEICHER BASIS miteinander, so werden die Exponenten addiert:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}$$

Für Potenzen mit GLEICHEM EXPONENTEN gilt:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Wurzeln in Termen

Kommen Wurzeln von Variablen in Termen vor, gelten die selben Rechenregeln wie schon beim Wurzelziehen von Zahlen:

Beim Addieren und Subtrahieren dürfen Wurzeln NIEMALS zusammengefasst werden:

$$\sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a \pm b}$$

Beim Multiplizieren und Dividieren dürfen Wurzeln mit GLEICHEM Wurzelexponenten aber schon zusammengefasst werden:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \qquad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

Die binomischen Formeln

Mit den binomsichen Formeln ersparst du dir bei vielen Beispielen mühsame Klammermultiplikationen durchzuführen!

1) Wenn du eine Klammer der Form (a + b) mit sich selbst multiplizieren willst, kannst du auch die 1. Binomische Formel anwenden:

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) Wenn du eine Klammer der Form (a - b) mit sich selbst multiplizieren willst, kannst du auch die 2. Binomische Formel anwenden:

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3) Wenn du eine Klammer der Form (a + b) mit einer Klammer der Form (a - b) multiplizieren willst, kannst du auch die 3. Binomische Formel anwenden:

③ $(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2$

Die binomischen Formeln mit Kubik

Mit den binomsichen Formeln ersparst du dir bei vielen Beispielen mühsame Klammermultiplikationen durchzuführen!

Es kann auch praktisch sein, die binomischen Formeln mit Kubik, also mit hoch 3, auswendig zu kennen.

1. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

2. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Bruchterme

$$\frac{4y^2}{(c + 1)}$$

Bruchterme sind Terme mit einer oder mehreren Variablen im Nenner!

Definitionsmenge

Der Nenner eines Bruchterms darf niemals gleich Null sein.

Die Definitionsmenge D gibt an, welche Zahlen eine Variable im Nenner eines Bruchterms annehmen darf.

z.B. $\frac{4y^2}{(c + 1)} \implies c + 1 \neq 0$

$\implies$ c darf hier jede Zahl sein außer −1!

= Definitionsmenge D

Es ist nicht erlaubt durch Null zu dividieren!

Bruchterme kürzen und erweitern

Das Kürzen und Erweitern von Bruchtermen funktioniert genau so wie das Kürzen und Erweitern von normalen Brüchen, nur dass jetzt auch Variablen vorkommen.

Wenn du einen Bruchterm kürzen willst, dividierst du Zähler und Nenner durch die selbe Zahl oder die selbe Variable!

Wenn du einen Bruchterm erweitern willst, multiplizierst du Zähler und Nenner mit der selben Zahl oder der selben Variable!

Rechnen mit Bruchtermen

Auch beim Rechnen mit Bruchtermen musst du die gleichen Rechenregeln beachten wie beim Rechnen mit normalen Brüchen:

PLUS oder MINUS ?

$\Longrightarrow$ Auf den selben Nenner bringen!

Vorsicht!
Zwei Bruchterme auf den selben Nenner zu bringen, ist manchmal gar nicht so leicht. Übe deshalb besonders gut, den Hauptnenner von zwei oder mehr Brüchen zu finden!

Brüche DIVIDIEREN?

$\Longrightarrow$ mit Kehrwert multiplizieren!

Brüche MULTIPLIZIEREN?

$\Longrightarrow$ Oben mal oben, Unten mal unten!

Hauptnenner finden

Um den gemeinsamen Nenner (Hauptnenner) zu finden, musst du das KLEINSTE GEMEINSAME VIELFACHE aller Nenner berechnen.

Tipp: Verwende dafür so eine Tabelle:

(mehr dazu in den Videos "Hauptnenner 1" und "Hauptnenner 2")

$4x$	$4 \cdot x$
$5x^2$	$5 \cdot x \cdot x$
$20x$	$20 \cdot x$
HN:	$4 \cdot 5 \cdot x \cdot x$

Verhältnisse

Der Quotient zweier Größen a und b wird als Verhältnis bezeichnet:

$$a : b \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b}$$

Man sagt: „a steht im Verhältnis zu b“

Das selbe Verhältnis kann auf unterschiedliche Arten dargestellt werden:

z.B. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

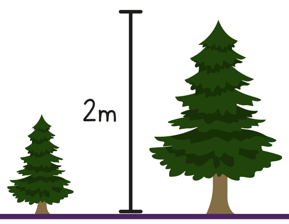
Verhältniszahl

Verhältnisgleichungen

Eine Verhältnisgleichung (Proportion) verbindet zwei Verhältnisse durch ein Gleichheitszeichen:

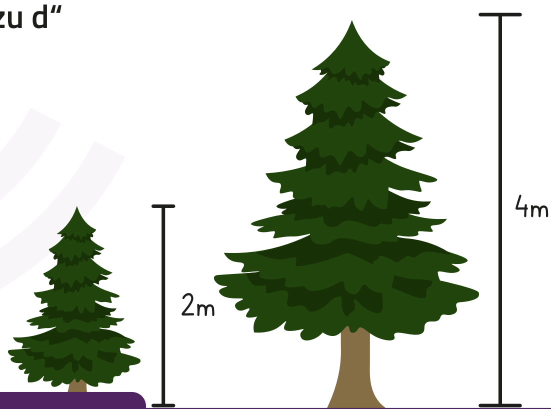
$$a : b = c : d \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

„a zu b verhält sich wie c zu d“



Die Bäume stehen jeweils im selben Verhältnis

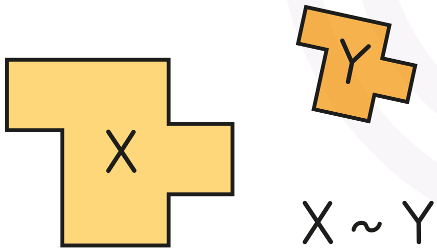
$1 : 2 = 2 : 4$



Ähnlichkeit

Zwei Figuren A und B sind mathematisch ähnlich zu einander, wenn sie genau die selbe Form haben. Dabei ist egal wie groß sie sind.

Man schreibt dann: $A \sim B$

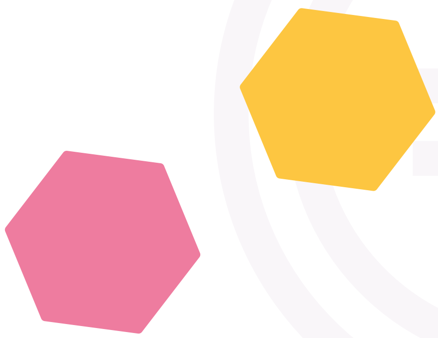


$X \sim Y$

Die Lage, die Größe und die Drehung haben keinen Einfluss auf die Ähnlichkeit.

Kongruenz

Ein Spezialfall der Ähnlichkeit ist die sogenannte Kongruenz:



Wenn zwei ähnliche Figuren auch die gleiche Größe haben, dann sind sie kongruent.

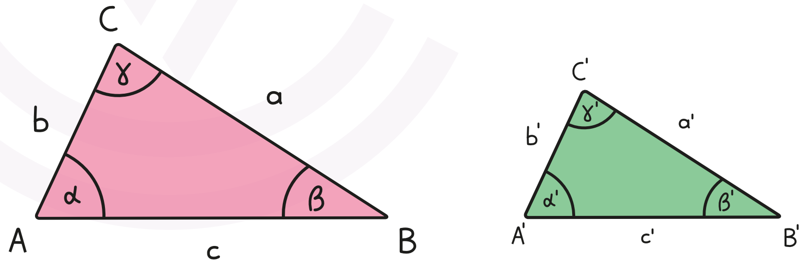
Ähnliche Dreiecke

Zwei Dreiecke sind ähnlich zueinander, wenn...

1) ... die einander entsprechenden Winkel gleich groß sind oder

2) ... die einander entsprechenden Seiten im selben Verhältnis zu einander stehen.

Bei Dreiecken reicht es, wenn du eine der beiden Bedingungen überprüfst!



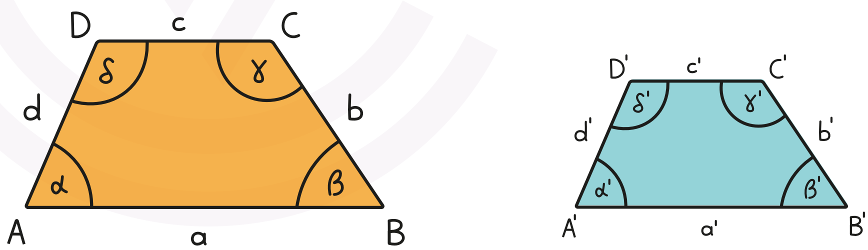
Ähnliche Vierecke und Vielecke

Zwei Figuren mit 4 oder mehr Ecken sind ähnlich zueinander, wenn...

1) ... die einander entsprechenden Winkel gleich groß sind UND

2) ... die einander entsprechenden Seiten im selben Verhältnis zu einander stehen.

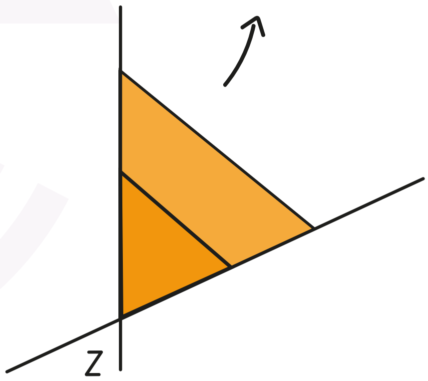
Nur wenn beides zurifft, sind Vierecke oder Vielecke wirklich ähnlich zueinander!



Streckung und Stauchung

Der Streckungsfaktor k gibt an, um wie viel eine eine Strecke, eine Figur oder ein Körper vergrößert oder verkleinert wird.

Das eine Dreieck ist doppelt so groß wie das andere.
Streckungsfaktor $k = 2$

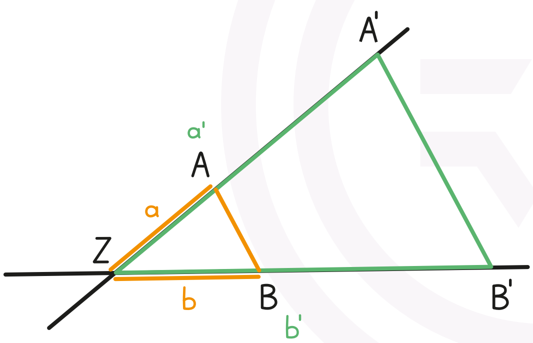


Bei einer zentrischen Streckung/Stauchung werden Figuren in alle Richtungen gleichmäßig vergrößert oder verkleinert.

Durch eine zentrische Streckung/Stauchung enstehen zueinander ähnliche Figuren.

1. Strahlensatz

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!



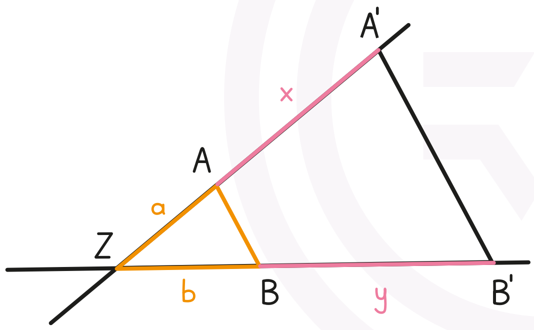
1. Strahlensatz

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$$

1. Strahlensatz - Variante

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!



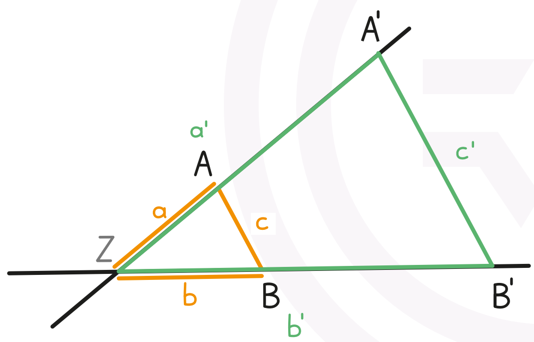
1. Strahlensatz - Variante

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

2. Strahlensatz

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!



2. Strahlensatz

$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'}$$

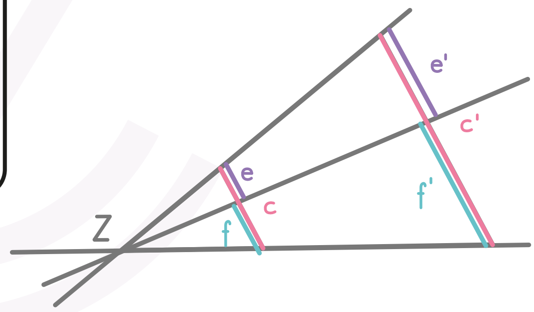
$$\frac{c}{c'} = \frac{a}{a'}$$

3. Strahlensatz

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!

3. Strahlensatz

$$\frac{c}{e} = \frac{c'}{e'} \quad , \quad \frac{c}{f} = \frac{c'}{f'} \quad , \quad \frac{e}{f} = \frac{e'}{f'}$$

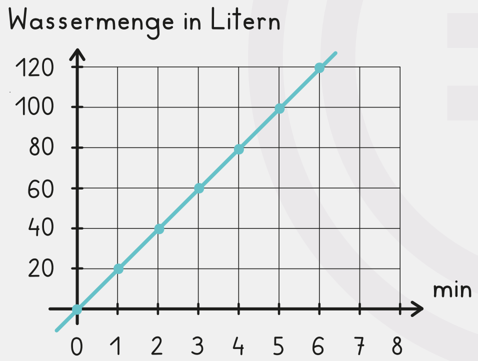


Funktionen

Wachstums- und Abnahmeprozesse kannst du am besten mit Funktionen bearbeiten.

Funktionen können auf unterschiedliche Arten dargestellt werden:

In einem Koordinatensystem:



Mit einer sogenannten Wertetabelle:

Zeit	Menge
0 min	0 l
1 min	20 l
2 min	40 l
3 min	60 l

Oder mit einer Gleichung: $y = 20x$

Funktionen

Aber wie genau ist eine Funktion definiert?

Stell dir vor du hast eine Menge von Zahlen x und eine Menge von Zahlen y, in denen jeweils alle reellen Zahlen enthalten sind.

Menge x: $\mathbb{R}$ Menge y: $\mathbb{R}$

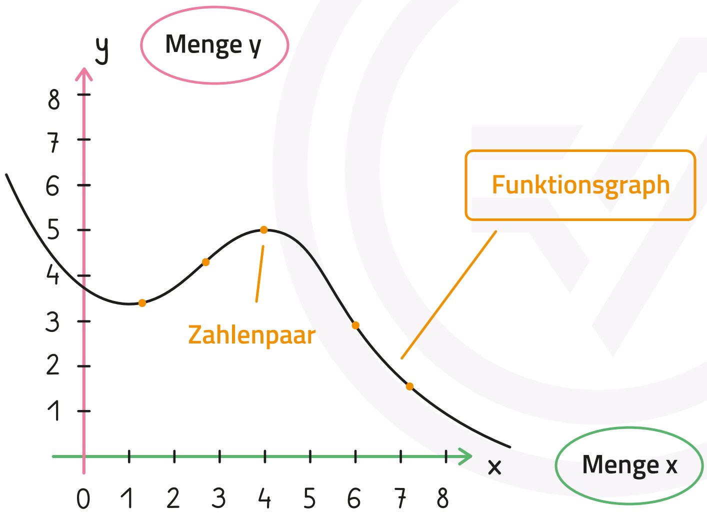
Wird dann jeder Zahl aus der Menge x GENAU EINE Zahl aus der Menge y zugeordnet, so nennen wir diese Zuordnung eine (reelle) Funktion.

Menge x Menge y

$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

Funktionsgraph

Eine Funktion besteht aus Zahlenpaaren: Jeder Zahl aus der Menge x wird GENAU EINE Zahl aus der Menge y zugeordnet.
Das können wir zum Beispiel in einem Koordinatensystem darstellen.



Jedes dieser Zahlenpaare entspricht einem Punkt auf dem Funktionsgraphen!

Wertetabelle

Eine Funktion besteht aus Zahlenpaaren: Jeder Zahl aus der Menge x wird GENAU EINE Zahl aus der Menge y zugeordnet.
Das können wir zum Beispiel mit einer Wertetabelle darstellen.

Menge x

Menge y

x	y
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11

Zahlenpaar

In einer Wertetabelle kannst du die Zahlenpaare der Funktion auflisten.

Funktionsterm

Eine Funktion besteht aus Zahlenpaaren: Jeder Zahl aus der Menge x wird GENAU EINE Zahl aus der Menge y zugeordnet.
Das können wir zum Beispiel mit einem Funktionsterm (Funktionsgleichung) darstellen.

$$y = 2x + 1$$

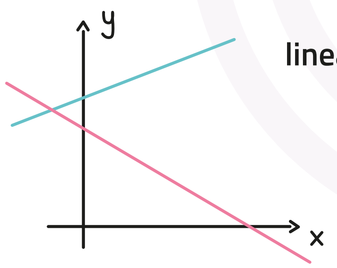
Mit einem Funktionsterm kannst du dir Zahlenpaare, die auf einer Funktion liegen, berechnen.

Setzt du statt dem x eine Zahl ein, kannst du dir den für diese Funktion passenden y Wert berechnen!

Arten von Funktionen

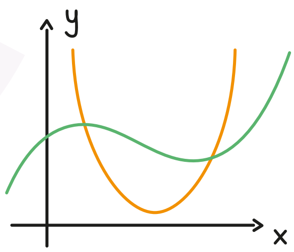
Es gibt ganz viele verschiedene Arten von Funktionen.
Jede Funktionsart hat bestimmte Eigenschaften und auch die Funktionsterme unterscheiden sich von Funktionsart zu Funktionsart.

Am Anfang sind die linearen Funktionen besonders wichtig. Das ist eine spezielle Art von Funktionen. Aber es gibt auch noch viele nicht lineare Funktionen.



linear

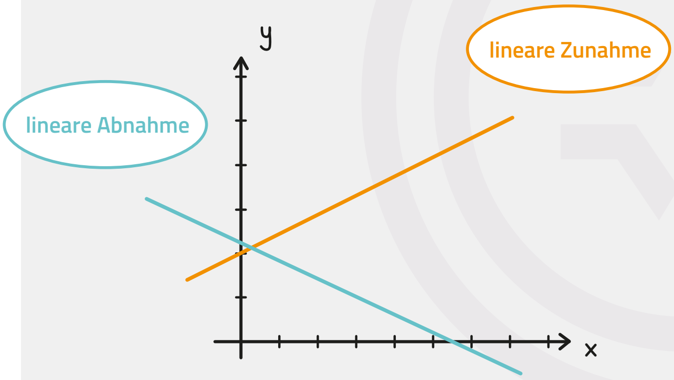
nicht linear



Lineare Funktionen

Wie erkenne ich eine lineare Funktion?

Funktionsgraph:



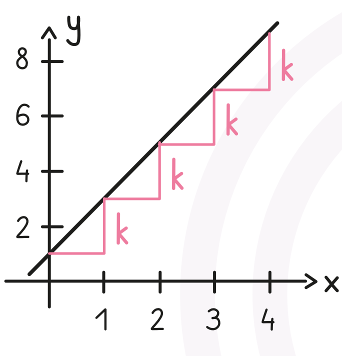
Funktionsterm:

$$\boxed{y = k \cdot x + d}$$

k ... Steigung

d ... Schnittstelle mit y – Achse

Die Steigung einer linearen Funktion



$$\boxed{y = k \cdot x + d}$$

k ... Steigung

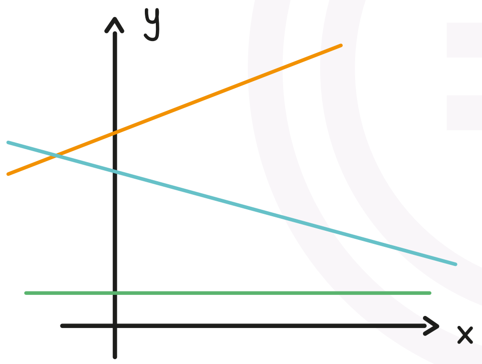
Die Steigung einer linearen Funktion wird meistens mit der Variablen k bezeichnet.

Die Steigung k einer linearen Funktion ist KONSTANT.

Verschiedene Steigungen

Lineare Funktion mit Steigung k:

$$y = k \cdot x + d$$



lineare Zunahme: $k > 0$

lineare Abnahme: $k < 0$

konstante Funktion: $k = 0$

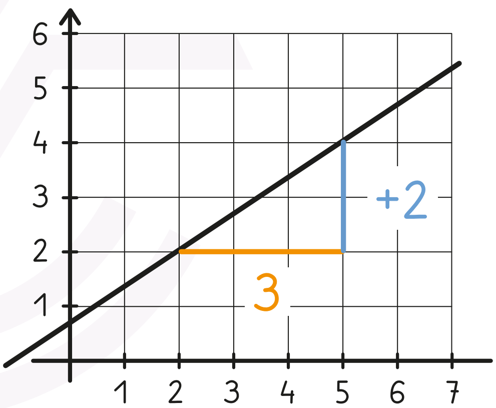
Das Steigungsdreieck

Mit Hilfe eines Steigungsdreiecks kannst du die Steigung einer linearen Funktion vom Funktionsgraphen ablesen.

Es gilt:

$$k = \frac{\text{Höhe des Steigungsdreiecks}}{\text{Breite des Steigungsdreiecks}}$$

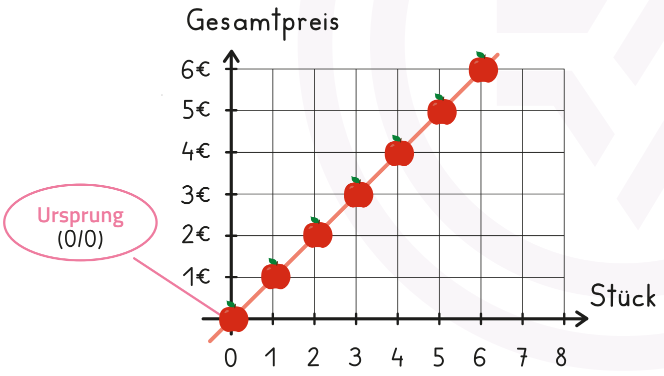
Steigung $k = \frac{+2}{3} = 0{,}6667$



Direkte Proportionalität

Für ein direkt proportionales Verhältnis gilt:

Geht man einen Schritt auf der x - Achse weiter,
dann erhöht sich der y - Wert immer um den selben Wert!



Je mehr Äpfel ich kaufe,
desto mehr muss ich zahlen!

hier: Gesamtpreis = $k \cdot$ Stück

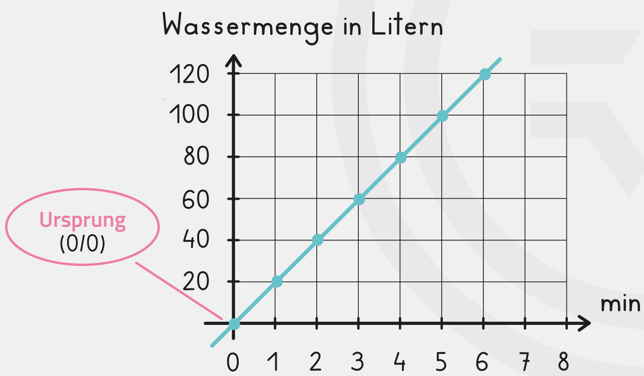
allgemein: $\boxed{y = k \cdot x}$

Direkte Proportionalität

Wie erkenne ich ein indirekt proportionales Verhältnis?

„je mehr desto mehr"

Graphisch:



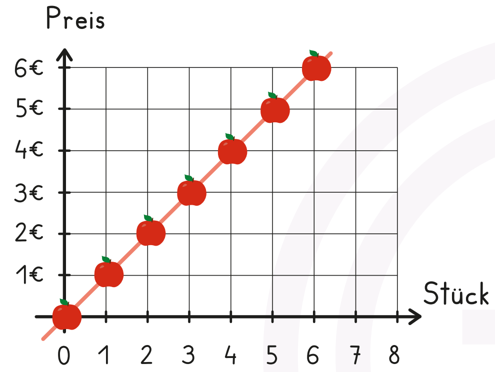
Rechnerisch:

$$y = k \cdot x$$

$$k = \frac{y}{x}$$

Proportionalitäts-
faktor

Der Proportionalitätsfaktor



Es gilt: $\boxed{y = k \cdot x}$

1 Apfel kostet	$1 \cdot 1€ = 1€$
2 Äpfel kosten	$2 \cdot 1€ = 2€$
3 Äpfel kosten	$3 \cdot 1€ = 3€$

Der **Proportionalitätsfaktor k** ist konstant und gibt die **Zunahme pro Zeit-, Stück- oder Geldeinheit** an.

Hier gibt der Proportionalitätsfaktor die Zunahme des Gesamtpreises pro Stückzahl an:

pro Apfel wird der Preis um 1€ höher

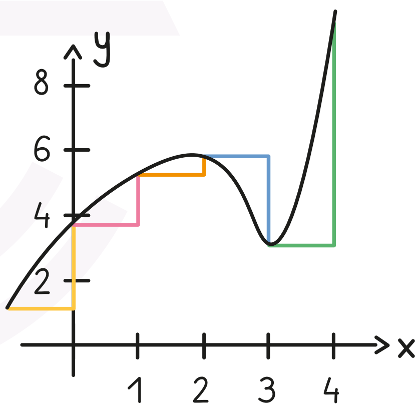
$\Longrightarrow$ k = 1€

Nicht lineare Funktionen

Für alle nicht linearen Funktionen gilt:
Die Steigung der Funktionen ist NICHT konstant.

Die Steigungsdreiecke schauen bei dieser nicht linearen Funktion in jedem Punkt anders aus!

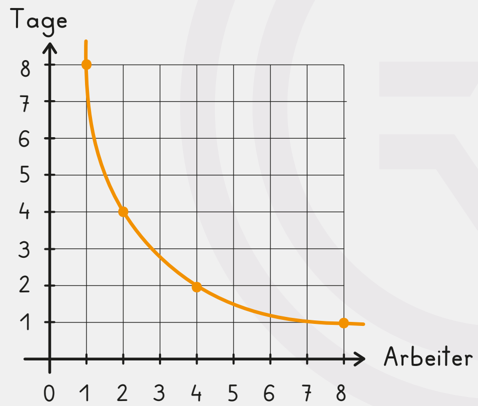
Ein Beispiel für eine nicht lineare Funktion ist ein indirekt proportionales Verhältnis.



Indirekte Proportionalität

Wie erkenne ich ein indirekt proportionales Verhältnis?

„je mehr desto weniger"



Rechnerisch:

$$y = \frac{k}{x}$$

$$k = x \cdot y$$

Konstante

Variablen

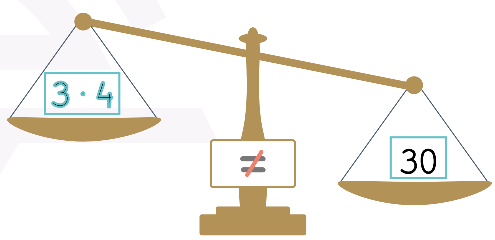
Variablen sind Platzhalter für Zahlen!

Wofür braucht man Variablen?

Formeln	Terme	Gleichungen
$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	$(a + 3b) \cdot (2 - 4a)$	$10x + 2 = 12$ $x = ?$

Gleichungen

Eine mathematische Gleichung kannst du mit einer Waage vergleichen!



Wenn beide Seiten ausgeglichen sind, handelt es sich um eine Gleichung.

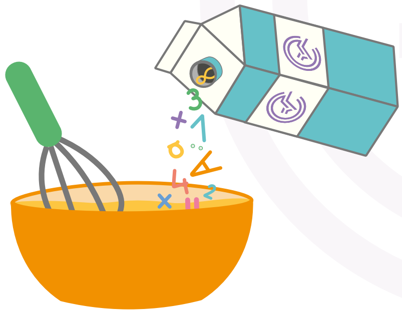
Wenn die beide Seiten nicht ausgeglichen sind, handelt es sich um eine Ungleichung.

Formeln

Eine Formel ist wie
ein Kochrezept.

Welche „Zutaten“ brauchen wir?

Was müssen wir tun?

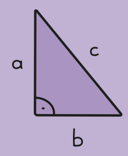


zum Beispiel:

FLÄCHENINHALT
Rechtwinkliges Dreieck

Zutaten:

- Seite a
- Seite b



Anleitung:

Zuerst nimmt man die Seite a und multipliziert sie mit der Seite b.
Dann dividiert man das Ergebnis durch 2.

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot b}{2}$$

Äquivalenzumformungen

Zum Lösen von Gleichungen und zum Umformen von Formeln brauchst du Äquivalenzumformungen.
Dabei veränderst du beide Seiten der Gleichung oder der Formeln auf die selbe Art und Weise.

zum Beispiel:

$$3a + 6 = 5 - 4a \quad / + 2a$$

$$3a + 6 + 2a = 5 - 4a + 2a$$

Nach einer Äquivalenzumformung sind die linke und die rechte Seite der Gleichung immer noch gleich groß.

Gleichungen lösen

Um eine Gleichung zu lösen, musst du geschickt Äquivalenzumformungen verwenden. Dabei versuchst du die gesuchte Variable allein auf eine Seite der Gleichung zu bringen, indem du immer die „gegenteilige“ Rechenoperation ausführst.

Addition	$x + 5$	$\Longrightarrow$	subtrahieren	$/ \; - 5$
Subtraktion	$x - 3$	$\Longrightarrow$	addieren	$/ \; + 3$
Multiplikation	$2 \cdot x$	$\Longrightarrow$	dividieren	$/ \; : 2$
Division	$x : 4$	$\Longrightarrow$	multiplizieren	$/ \; \cdot 4$

Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

$$\boxed{2x + 1 = 3}$$

Lineare Gleichung mit 1 Variablen

$\Longrightarrow$ Lösen mit Äquivalenzumformungen möglich!

$$\boxed{y = 2x + 1}$$

Lineare Gleichung mit 2 Variablen

$\Longrightarrow$ Lösen mit Äquivalenzumformungen nicht möglich!

Es gibt nämlich keine eindeutige Lösung für so eine lineare Gleichung mit 2 Variablen!

Genauer gesagt gibt es UNENDLICH VIELE Zahlenpaare, die so eine Gleichung lösen.

Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

Um eine mögliche Lösung für diese Gleichung zu finden, musst du einfach nur irgendeinen x-Wert aussuchen und dir den passenden y-Wert dazu ausrechnen:

$\boxed{y = 2x + 1}$ $\Longrightarrow$ z.B. $x = 1$, dann ist $y = 3$

Und das kannst du für alle möglichen Zahlen machen:

z.B. auch $x = 3$, dann ist $y = 7$

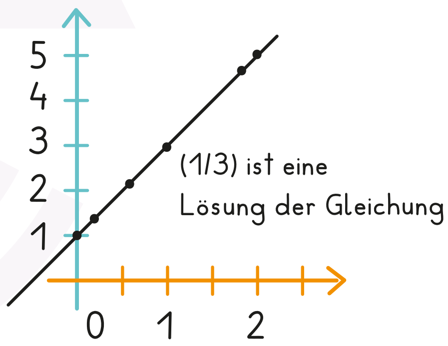
Eine lineare Gleichung mit 2 Variablen hat UNENDLICH viele Lösungen!

Lösungsmenge

Alle Lösungen einer linearen Gleichung mit 2 Variablen zusammen werden LÖSUNGSMENGE genannt.

Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit 2 Variablen kann zum Beispiel als GERADE in einem Koordinatensystem dargestellt werden.
Jeder Punkt auf der Geraden steht für eine Lösung.

zum Beispiel: $y = 2x + 1$



Lineare Gleichungssysteme

Um eine lineare Gleichung mit 1 Variable eindeutig lösen zu können, benötigst du EINE Gleichung:

$$2x + 1 = 3 \implies x = 1$$

Um eine lineare Gleichung mit 2 Variable eindeutig lösen zu können, benötigst du noch eine zweite Information oder Bedingung!

Du benötigst ein sogenanntes Gleichungssystem aus ZWEI Gleichungen:

I. $2x + y = 6$

II. $x + y = 5$

Lineare Gleichungssysteme - graphisch

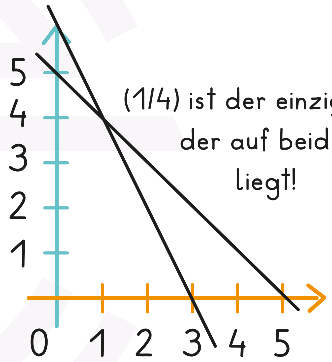
Lineare Gleichungssysteme können zum Beispiel graphisch gelöst werden.

Wir können beide lineare Gleichungen in ein Koordinatensystem einzeichnen:

Beispiel:

I. $2x + y = 6$

II. $x + y = 5$



(1/4) ist der einzige Punkt, der auf beiden Geraden liegt!

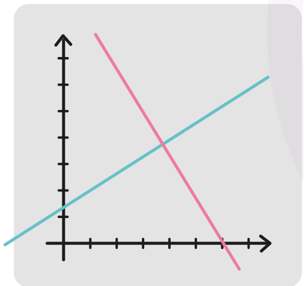
Es gibt nur eine einzige Möglichkeit für x und y, dass beide Gleichungen erfüllt sind: $\Longrightarrow$ $x = 1$ und $y = 4$

Lineare Gleichungssysteme - Lösungen

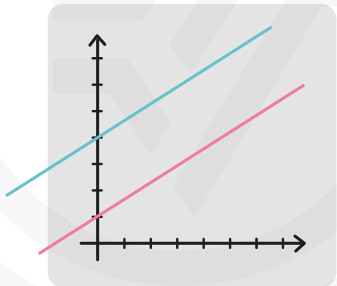
Aber Vorsicht! Nicht jedes lineare Gleichungssystem hat eine eindeutige Lösung!

Für ein lineares Gleichungssystem gibt es 3 mögliche Lösungsfälle:

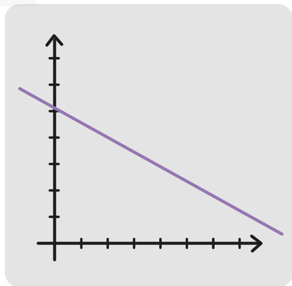
1 Lösung:



Keine Lösung:



Undendlich viele Lösungen:



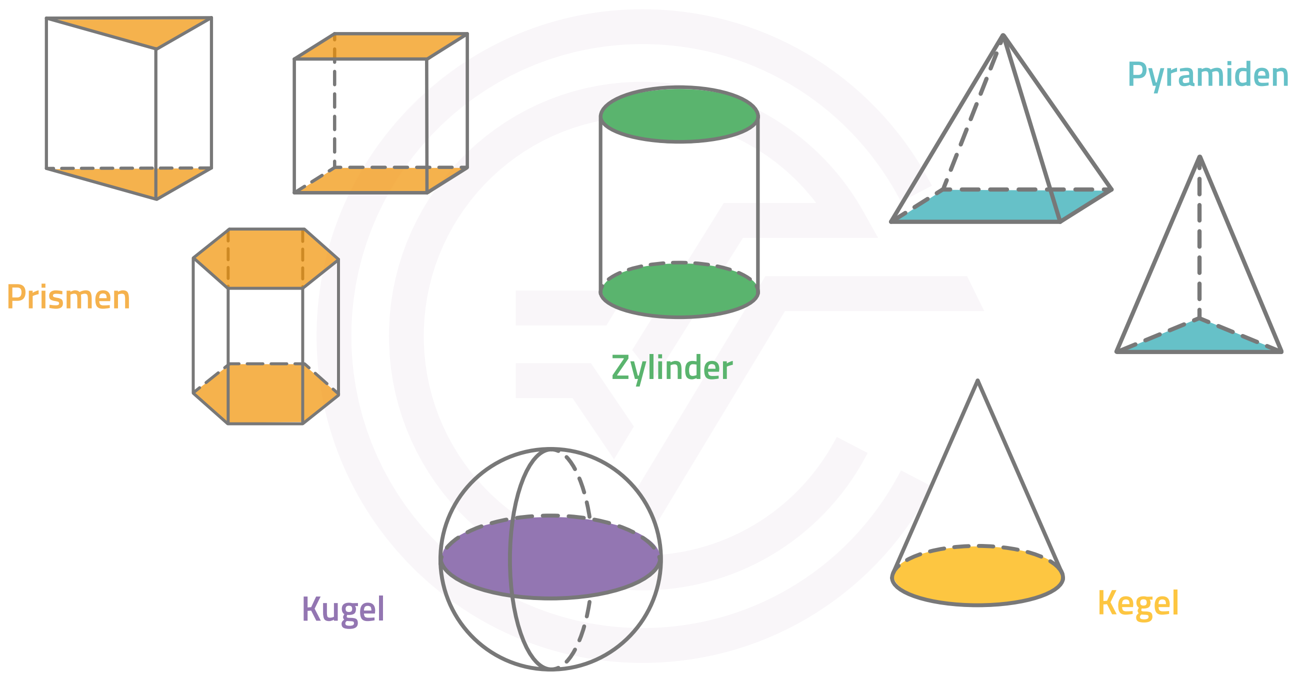
Lineare Gleichungssysteme - rechnerisch

Um ein lineares Gleichungssystem rechnerisch zu lösen, gibt es 3 Methoden:

1) Das Einsetzungsverfahren	I. in II.
2) Das Gleichsetzungsverfahren	I. = II.
3) Das Additionsverfahren	I. + II.

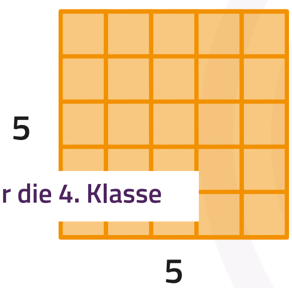
Du kannst für JEDES Gleichungssystem JEDES Verfahren benutzen!

Geometrische Körper



Der Flächeninhalt

In diesem Quadrat sind 25 kleine Quadrate enthalten.



Lernkarten für die 4. Klasse

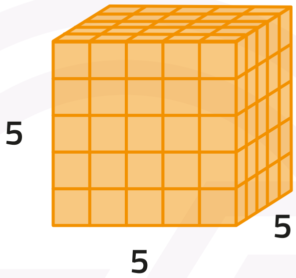
Der Flächeninhalt beträgt also 25 kleine Quadrate.

Flächeneinheiten (AE):

1 mm²	Quadratmillimeter
1 cm²	Quadratzentimeter
1 dm²	Quadratdezimeter
1 m²	Quadratmeter
1 a	Ar
1 ha	Hektar
1 km²	Quadratkilometer

Das Volumen

In diesem Würfel sind 125 kleine Quadrate enthalten.



Das Volumen beträgt also 125 kleine Quadrate.

Volumseinheiten:

1 mm^3	Kubikmillimeter
1 cm^3	Kubikzentimeter
1 dm^3	Kubikdezimeter
1 m^3	Kubikmeter
1 km^3	Kubikkilometer

≙

1 ml	Milliliter
1 cl	Zentiliter
1 dl	Deziliter
1 l	Liter
1 hl	Hektoliter

Die Masse

Jeder Körper und jedes Objekt hat eine Masse.

Auf der Erde können wir sagen:

Masse = Gewicht

Einheiten der Masse:

1 mg	Milligramm
1 g	Gramm
1 dag	Dekagramm
1 kg	Kilogramm
1 t	Tonne

Die Dichte

Die Dichte ρ gibt an wie viel Masse m in einem Volumen V drin ist.

ρ = "rho"

$$\rho = \frac{m}{V}$$

„Masse pro Volumen"

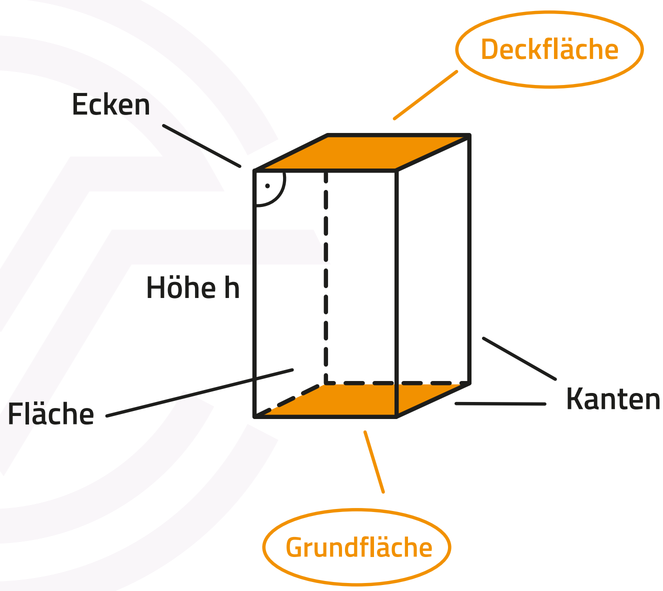
Prismen

Ein Prisma besteht aus...

... zwei kongruenten, eckigen Flächen und gleichlangen, parallelen Kanten.

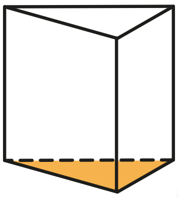
Der Abstand zwischen Grundfläche und Deckfläche wird Höhe genannt.

Die Höhe steht normal auf diese beiden Flächen!

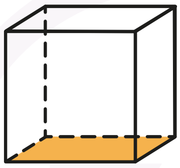


Prismen

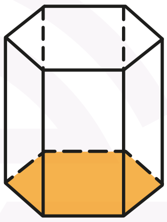
Gerade Prismen:



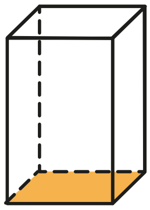
Dreiseitiges Prisma



Würfel



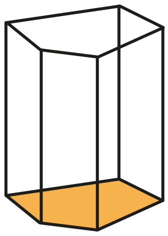
Sechsseitiges Prisma



Quader

Bei einem unregelmäßigen Prisma sind Grund- und Deckfläche unregelmäßige Vielecke.
Bei einem regelmäßigen Prisma sind Grund- und Deckfläche regelmäßige Vielecke.

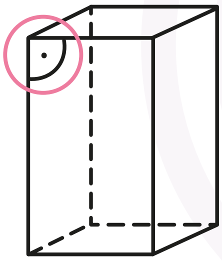
unregelmäßiges Prisma



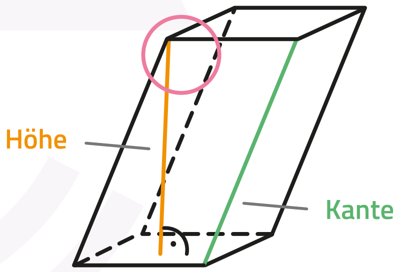
Prismen

Bei geraden Prismen steht die Höhe im rechten Winkel auf die Grund- und Deckfläche.

Bei ungeraden Prismen steht die Höhe nicht im rechten Winkel auf die Grund- und Deckfläche.



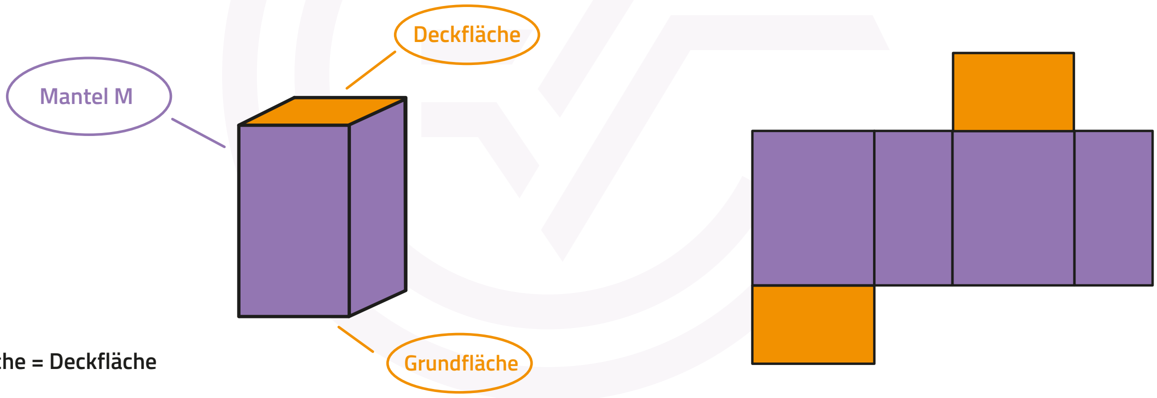
gerader Quader



ungerader Quader
(schiefer Quader)

Oberfläche eines Prismas

Oberfläche eines Prismas: $O = 2 \cdot G + M$

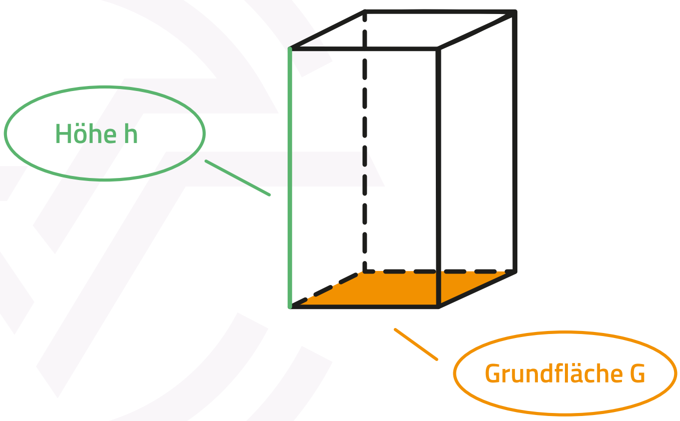


Grundfläche = Deckfläche

Volumen eines Prismas

Volumen eines Prismas:

$V = G \cdot h$



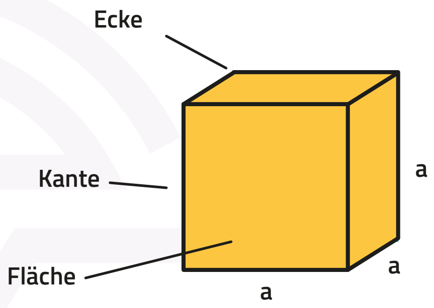
Der Würfel

Ein Würfel hat ...

... 6 gleichgroße Flächen

... 12 gleichlange Kanten

... 8 Ecken



Oberfläche des Würfels:

$$O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2$$

Volumen des Würfels:

$$V = a^3$$

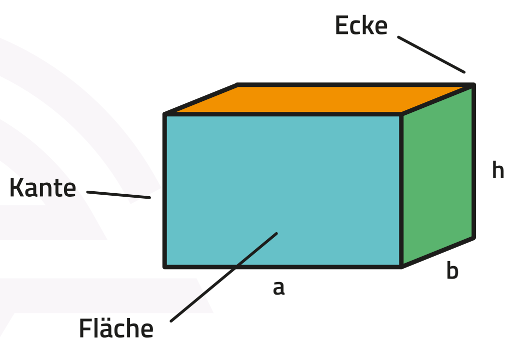
Der Quader

Ein Quader hat ...

... 6 Flächen: je zwei davon sind gleich groß

... 12 Kanten: je vier davon sind gleich lang

... 8 Ecken



Oberfläche des Quaders:

$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$$

Volumen des Quaders:

$$V = a \cdot b \cdot h$$

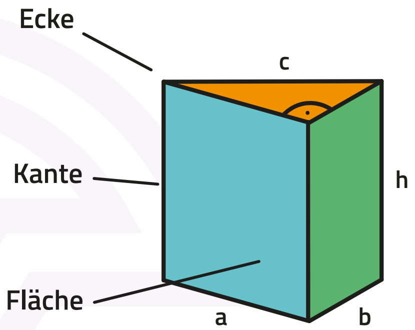
Das dreiseitige Prisma

Ein dreiseitiges Prisma hat ...

... 5 Flächen

... 9 Kanten

... 6 Ecken



Rechtwinkliges, dreiseitiges Prisma:

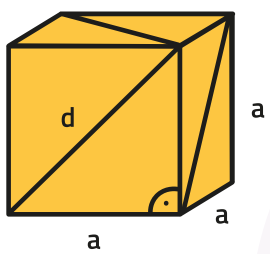
Oberfläche:

$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$$

Volumen:

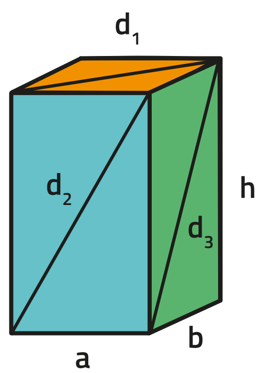
$$V = a \cdot b \cdot h$$

Prisma - Flächendiagonalen



$$d = \sqrt{2a^2}$$

Alle Flächendiagonalen eines Würfels sind gleich lang!



$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d_2 = \sqrt{a^2 + h^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + h^2}$$

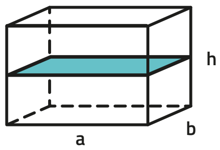
Bei einem Quader gibt es bis zu drei verschieden lange Flächendiagonalen!

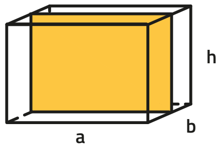
Die FLÄCHENDIAGONALE berechnen wir mit dem Satz von Pythagoras!

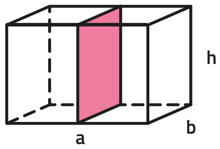
Prisma - Schnittebenen

In einem Prisma gibt es mehrere verschiedene Schnittebenen. Sie entstehen, wenn wir uns vorstellen das Prisma durchzuschneiden. Wir können uns zum Beispiel den Flächeninhalt von diesen Schnittebenen berechnen.

Beim Quader gibt es 6 verschiedene Schnittebenen:



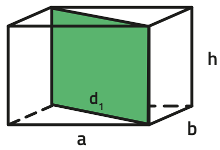


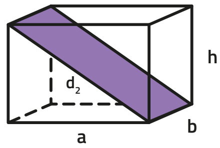


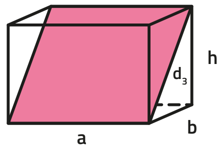
$A_{\square} = a \cdot b$ $\qquad$ $A_{\square} = d_1 \cdot h$

$A_{\square} = a \cdot h$ $\qquad$ $A_{\square} = d_2 \cdot b$

$A_{\square} = b \cdot h$ $\qquad$ $A_{\square} = d_3 \cdot a$



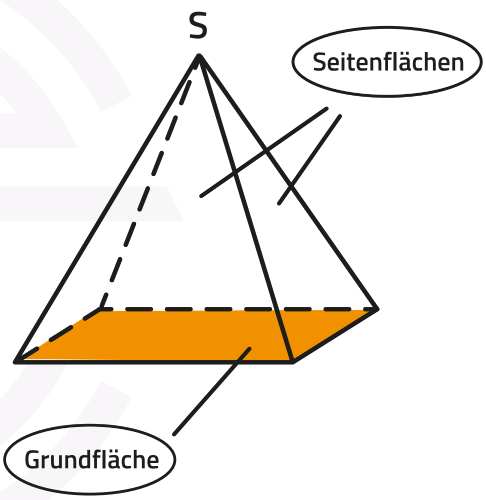




Pyramiden

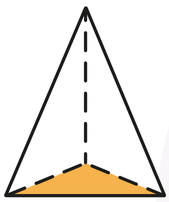
Eine Pyramide besteht aus...

... einer eckigen Grundfläche und mehreren dreieckigen Seitenflächen, die in einer Spitze S zusammenlaufen.

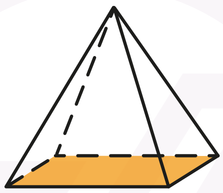


Pyramiden

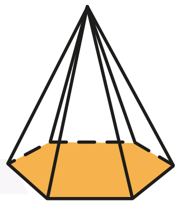
Gerade Pyramiden:



Dreiseitige Pyramide



Vierseitige Pyramide

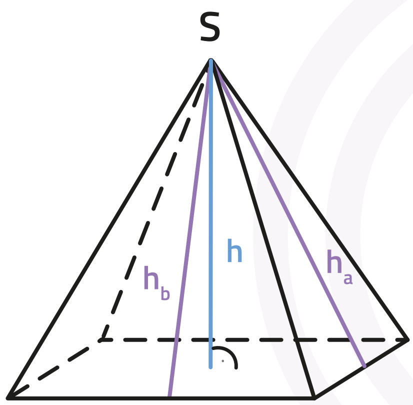


Sechsseitige Pyramide

Bei einer unregelmäßigen Pyramide ist die Grundfläche ein unregelmäßiges Vieleck.

Bei einer regelmäßigen Pyramide ist die Grundfläche ein regelmäßiges Vieleck.

Pyramiden

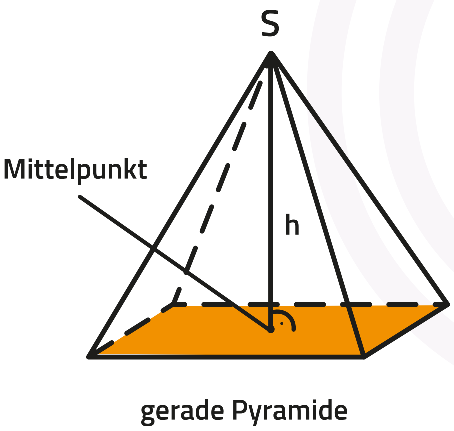


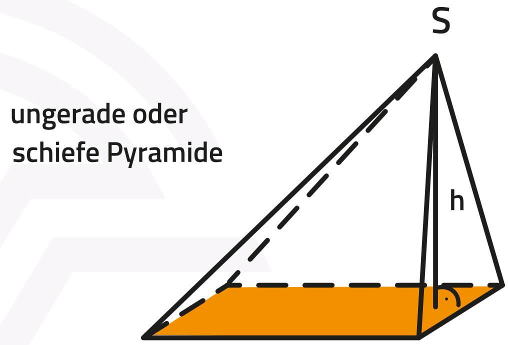
Die Höhe h der Pyramide verbindet die Grundfläche mit der Spitze.
Die Höhe steht normal auf die Grundfläche.

Auch die Seitenflächen haben eine Höhe.
Die werden dann meistens als Höhe h_a und h_b bezeichnet.

Pyramiden

Bei einer geraden Pyramide befindet sich die Spitze S genau über dem „Mittelpunkt" der Grundfläche.

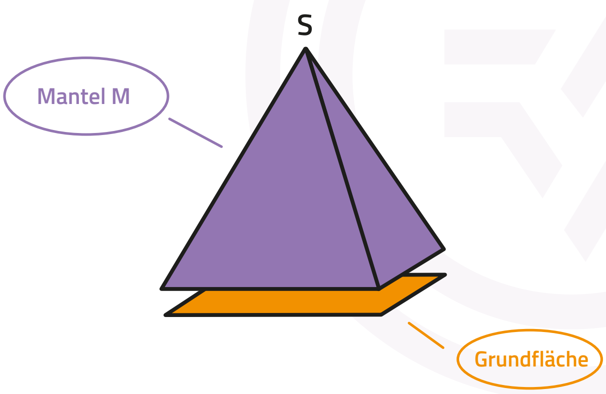


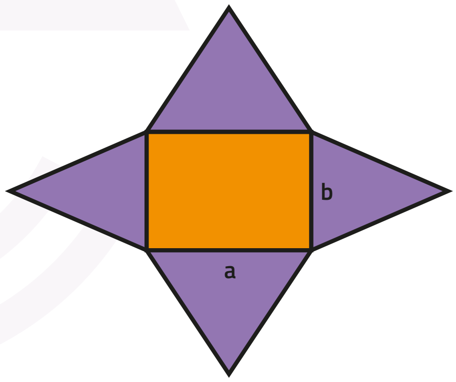


Bei einer ungeraden oder schiefen Pyramide befindet sich die Spitze S NICHT genau über dem „Mittelpunkt" der Grundfläche.

Oberfläche einer Pyramide

Oberfläche einer Pyramide: $\boxed{O = G + M}$

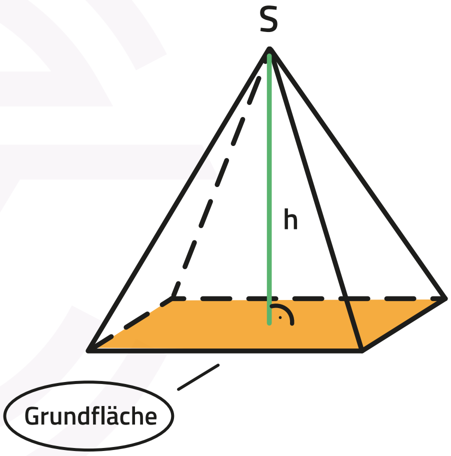




Volumen einer Pyramide

Volumen einer Pyramide:

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



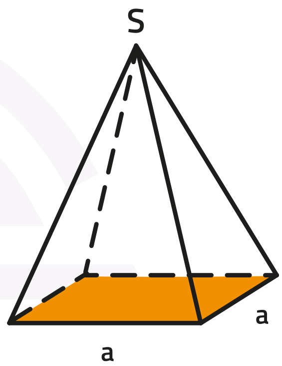
Die quadratische Pyramide

Eine quadratische Pyramide hat ...

... 5 Flächen

... 8 Kanten

... 5 Ecken



Oberfläche:

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

Volumen:

$$V = \frac{a \cdot h}{3}$$

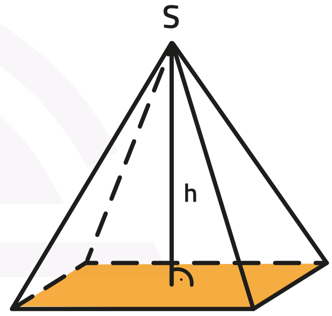
Die vierseitige Pyramide

Eine vierseitige Pyramide hat ...

... 5 Flächen

... 8 Kanten

... 5 Ecken



Oberfläche:

$$O = a \cdot b + a \cdot h + b \cdot h_b$$

Volumen:

$$V = \frac{a \cdot b \cdot h}{3}$$

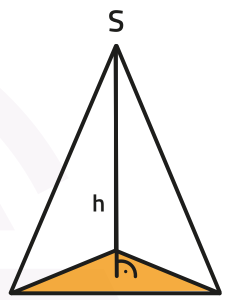
Die dreiseitige Pyramide

Eine dreiseite Pyramide hat ...

... 4 Flächen

... 6 Kanten

... 4 Ecken



Volumen einer dreiseitigen Pyramide mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche:

$$V = \frac{a \cdot h_a \cdot h}{6}$$

Quadratzahlen

Eine Quadratzahl ist das Produkt einer natürlichen Zahl mit sich selbst.
Das Quadrat einer natürlichen Zahl ist also eine sogenannte Quadratzahl!

Das Quadrat kannst du mit Hilfe eines hochgestellten 2ers darstellen!

Beispiel: $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$

Potenzen

Möchtest du eine Zahl mehrmals mit sich selbst multiplizieren, so kannst du diese Zahl auch potenzieren.

2 Mal multplizieren	$2 \cdot 2 = 2^2$	hoch 2, quadrieren
3 Mal multiplizieren	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$	hoch 3
4 Mal multiplizieren	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$	hoch 4
5 Mal multiplizieren	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$	hoch 5

und so weiter ...

45 Mal multiplizieren 2^{45} , 1 Mal multiplizieren $2^1 = 2$

Potenzen

Potenz: 2^5

Exponent
(Hochzahl)

Basis
(Grundzahl)

Potenzen mit negativer Basis

$(-2)^1 = (-2) = -2$

$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$

$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$

$(-2)^5$

Exponent
(Hochzahl)

negative Basis
(Grundzahl)

Exponent ungerade $\Longrightarrow$ Ergebnis ist negativ

Exponent gerade $\Longrightarrow$ Ergebnis ist positiv

Addieren und Subtrahieren von Potenzen

Beim Addieren und Subtrahieren von Potenzen musst du auf die Basen und Exponenten achten. Nur wen Basis und Exponent gleich sind darfst du die Potenzen mit einander addieren und subtrahieren.

Beispiel: $3^2 + 3^2 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$

Merke!

Hoch vor Punkt vor Strich!

Multiplizieren von Potenzen

Multipliziert man zwei oder mehrere Potenzen mit GLEICHER BASIS miteinander, so werden die Exponenten addiert:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Für Potenzen mit GLEICHEM EXPONENTEN gilt:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Dividieren von Potenzen

Dividiert man zwei oder mehrere Potenzen mit GLEICHER BASIS miteinander, so werden die Exponenten addiert:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}$$

Für Potenzen mit GLEICHEM EXPONENTEN gilt:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Potenzieren von Potenzen

Potenziert man eine Potenz, so werden die Exponenten multipliziert:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Gleitkommadarstellung

$10 = 10^1$	Zehn	Deka
$100 = 10^2$	Hundert	Hekto
$1000 = 10^3$	Tausend	Kilo
$1000000 = 10^6$	Million	Mega
$1000000000 = 10^9$	Milliarde	Giga
$1000000000000 = 10^{12}$	Billion	Tera
$1000000000000000 = 10^{15}$	Billiarde	Peta

Entfernung Erde-Sonne: $150\,000\,000 \text{ km} = 150 \cdot 1000000 \text{ km}$

$= 150 \cdot 10^6 \text{ km}$

Die Quadratwurzel

Das Gegenteil vom Quadrieren ist das sogenannte Ziehen der Quadratwurzel.

hoch 2

$$5 = 25$$

Wurzel ziehen

Quadratwurzel

$\sqrt{16} = 4$, weil $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$

Die Kubikwurzel

Das Gegenteil vom „Hoch 3“ Rechnen ist das sogenannte Ziehen der Kubikwurzel.

hoch 3

$$2 \;=\; 8$$

Kubikwurzel ziehen

Kubikwurzel

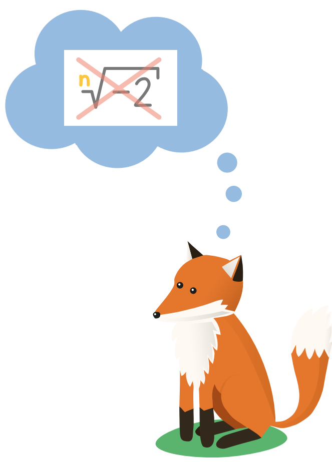
$\sqrt[3]{27} = 3$, weil $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$

Allgemeines Wurzelziehen

Allgemein gilt:

Wurzelexponent

$a^n = b \iff \sqrt[n]{b} = a$, wobei $a,b \geq 0$



Es ist nicht erlaubt, eine Wurzel einer negativen Zahl zu ziehen!

Hoch 2: $5^2 = 25 \iff \sqrt[2]{25} = 5$

Hoch 3: $2^3 = 8 \iff \sqrt[3]{8} = 2$

Hoch 4: $3^4 = 81 \iff \sqrt[4]{81} = 3$

Hoch 5: $2^5 = 32 \iff \sqrt[5]{32} = 2$

Addieren und Subtrahieren von Wurzeln

Zwei oder mehr Wurzeln, die addiert oder subtrahiert werden, dürfen NIEMALS zusammengefasst werden:

$$\sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a \pm b}$$

Multiplizieren von Wurzeln

Zwei Wurzeln mit GLEICHEM Wurzelexponenten, können beim Multiplizieren zusammengefasst werden:

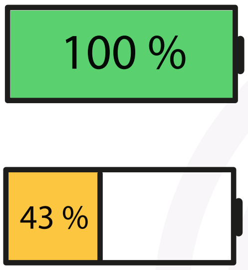
$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Dividieren von Wurzeln

Zwei Wurzeln mit GLEICHEM Wurzelexponenten, können beim Dividieren zusammengefasst werden:

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

Prozente



Prozent = „von 100"

43 % = 43 „von 100"

$$p\,\% = \frac{p}{100}$$

Zum Beispiel:

$$43\,\% = \frac{43}{100} = 0{,}43$$

$$3\,\% = \frac{3}{100} = 0{,}03$$

Prozentrechnung

Grundwert G .... ≙ 100 %, das Ganze

Anteil A .... passend zu $p\,\%$

Prozentsatz p .... passend zu A

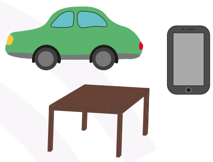
$$A = G \cdot \frac{p}{100}$$

$$G = A \cdot \frac{100}{p}$$

$$p = \frac{A \cdot 100}{G}$$

Mehrwertsteuer (MwSt.)

Die Mehrwehrtsteuer wird auch Umsatzsteuer genannt. In Österreich beträgt sie normalerweise 20%. Bei Lebensmitteln, Büchern und Medikamenten beträgt sie aber nur 10%.



20% MwSt.

10% MwSt.

brutto	mit MwSt. , inklusive MwSt.
netto	ohne MwSt. , exklusive MwSt.

Grundwert G = Nettopreis

Prozentrechnung in einem Schritt

zum Beispiel: 50€ um 20% erhöhen

50€ ... 100% $\Longrightarrow$ 100% + 20% = 120%

$\Longrightarrow$ Wir berechnen einfach 120% von 50€

zum Beispiel: 50€ um 20% verringern

50€ ... 100% $\Longrightarrow$ 100% − 20% = 80%

$\Longrightarrow$ Wir berechnen einfach 80% von 50€

Prozente erhöhen:

$$\boxed{1 + \frac{20}{100}} = 1{,}2$$

Prozente verringern:

$$\boxed{1 - \frac{20}{100}} = 0{,}8$$

Zinsrechnung

Kapital K_0 .... eingezahlter Betrag

Zinsen Z .... gutgeschriebener Betrag

Jahreszinssatz p .... Wie viel Prozent des Kapitals wird pro Jahr (p.a.) gutgeschrieben?

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100}$$

$$K_0 = Z \cdot \frac{100}{p}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100}{K_0}$$

Monats und Tageszinsen

Zinsen für 1 Jahr:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100}$$

Zinsrechnung: 1 Jahr = 360 Tage
1 Monat = 30 Tage

Zinsen für 1 Tag:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{360}$$

Zinsen für 1 Monat:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{12}$$

Kapitalertragssteuer (KESt.)

Zinsen müssen auch versteuert werden! In vielen Beispielen musst du deshalb die sogenannte Kapitalertragssteuer mit einberechnen.

Kapitalertragsteuer $\boxed{\text{KESt.} = 25\%}$

vor Abzug der KESt. (mit Steuern) $\Longrightarrow$ Bruttozinsen Z_{brutto}

nach Abzug der KESt. (ohne Steuern) $\Longrightarrow$ Nettozinsen Z_{netto}

$$\boxed{Z_{netto} = Z_{brutto} \cdot 0{,}75}$$

Nettozinssatz

Zinsen müssen auch versteuert werden! In vielen Beispielen musst du deshalb die sogenannte Kapitalertragssteuer mit einberechnen.

Kapitalertragsteuer $\boxed{\text{KESt.} = 25\%}$

vor Abzug der KESt. (mit Steuern) $\Longrightarrow$ Bruttozinssatz p_{brutto}

nach Abzug der KESt. (ohne Steuern) $\Longrightarrow$ Nettozinssatz p_{netto}

$$\boxed{p_{netto} = p_{brutto} \cdot 0{,}75}$$