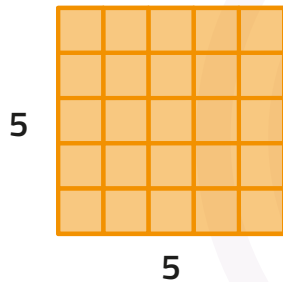


Der Flächeninhalt - allgemein

In diesem Quadrat sind 25 kleine Quadrate enthalten.



Der Flächeninhalt beträgt also 25 kleine Quadrate.

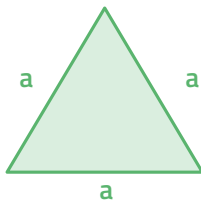
Flächeneinheiten (AE):

1 mm ²	Quadratmillimeter
1 cm ²	Quadratzentimeter
1 dm ²	Quadratdezimeter
1 m ²	Quadratmeter
1 a	Ar
1 ha	Hektar
1 km ²	Quadratkilometer

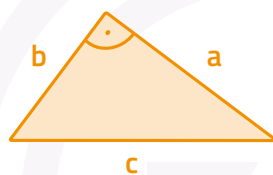


Dreiecke Überblick

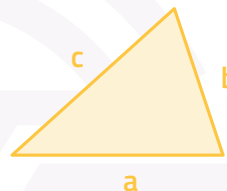
Arten von Dreiecken:



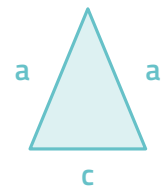
gleichseitig



rechtwinklig



allgemein



gleichschenkelig

Umfang eines Dreiecks:

$$U_{\triangle} = a + b + c$$

Winkelsumme in einem Dreieck:

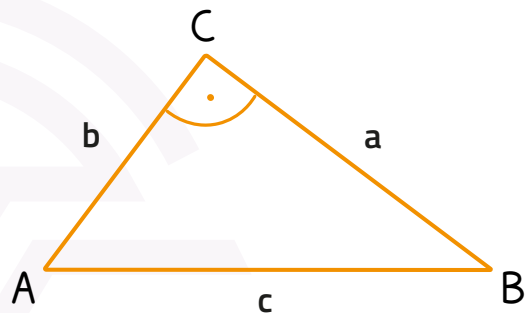
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$



Rechtwinkliges Dreieck

Flächeninhalt vom rechtwinkligen Dreieck:

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot b}{2}$$



Umfang vom rechtwinkligen Dreieck:

$$U_{\triangle} = a + b + c$$



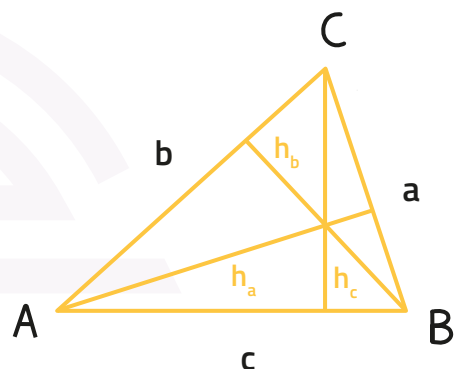
Allgemeines Dreieck

Flächeninhalt vom allgemeinen Dreieck:

$$A_{\triangle} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$A_{\triangle} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$



Umfang vom allgemeinen Dreieck:

$$U_{\triangle} = a + b + c$$



Regelmäßige Vierecke Überblick

Arten von Vierecken:



Quadrat



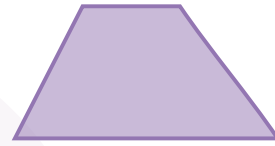
Rechteck



Parallelogramm



Raute oder Rhombus



Trapez



Deltoid

Umfang eines Vierecks:

$$U_{\square} = a + b + c + d$$

Winkelsumme in einem Viereck:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

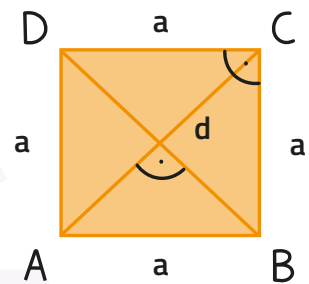


Quadrat und Rechteck

Flächeninhalt vom Quadrat:

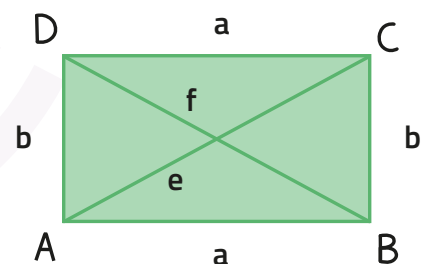
$$A_{\square} = a \cdot a = a^2$$

$$A_{\square} = \frac{d^2}{2}$$



Flächeninhalt vom Rechteck:

$$A_{\square} = a \cdot b$$

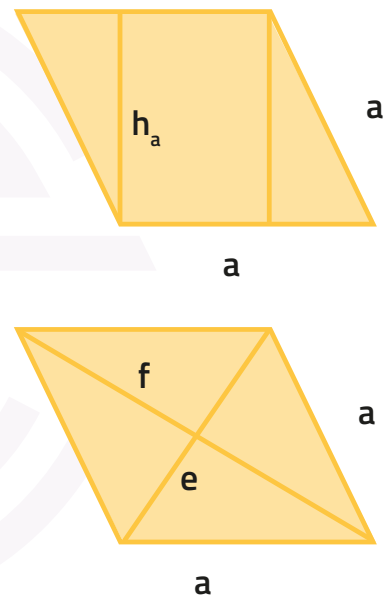


Raute (Rhombus)

Flächeninhalt von der Raute:

$$A_{\square} = a \cdot h_a$$

$$A_{\square} = \frac{e \cdot f}{2}$$

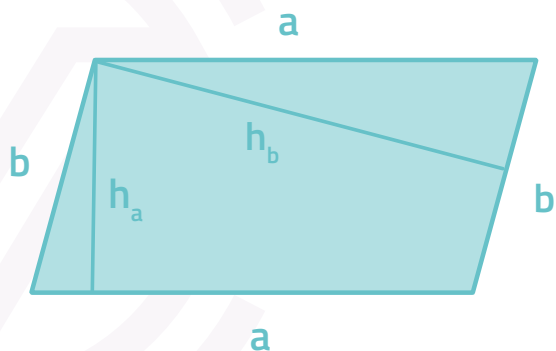


Parallelogramm

Flächeninhalt vom Parallelogramm:

$$A_{\square} = a \cdot h_a$$

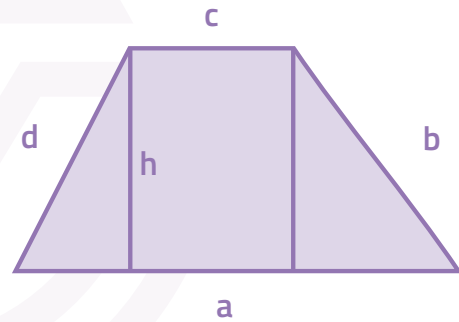
$$A_{\square} = b \cdot h_b$$



Trapez

Flächeninhalt vom Trapez:

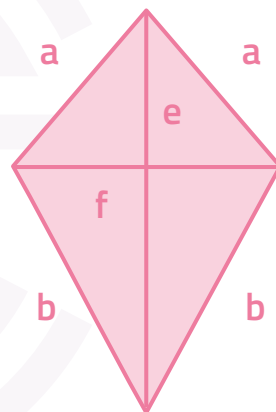
$$A_{\triangle} = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$



Deltoid

Flächeninhalt vom Deltoid:

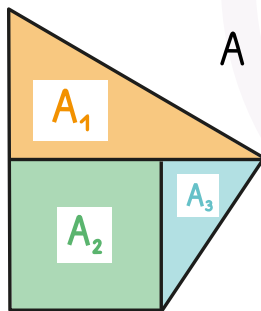
$$A_{\diamond} = \frac{e \cdot f}{2}$$



Allgemeines Viereck und Vieleck

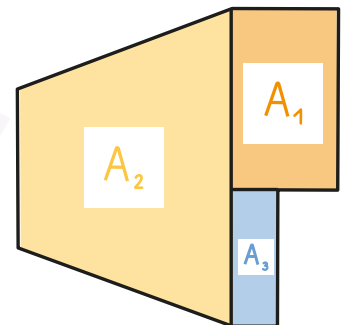
Für den Flächeninhalt von unregelmäßigen Vierecken oder von unregelmäßigen Vielecken gibt es **keine allgemeine Formel**.

Daher **zerteilt man** diese unregelmäßigen Vierecke und Vielecke einfach in mehrere regelmäßige Dreiecke und Vierecke und kann sich so den Flächeninhalt ausrechnen.



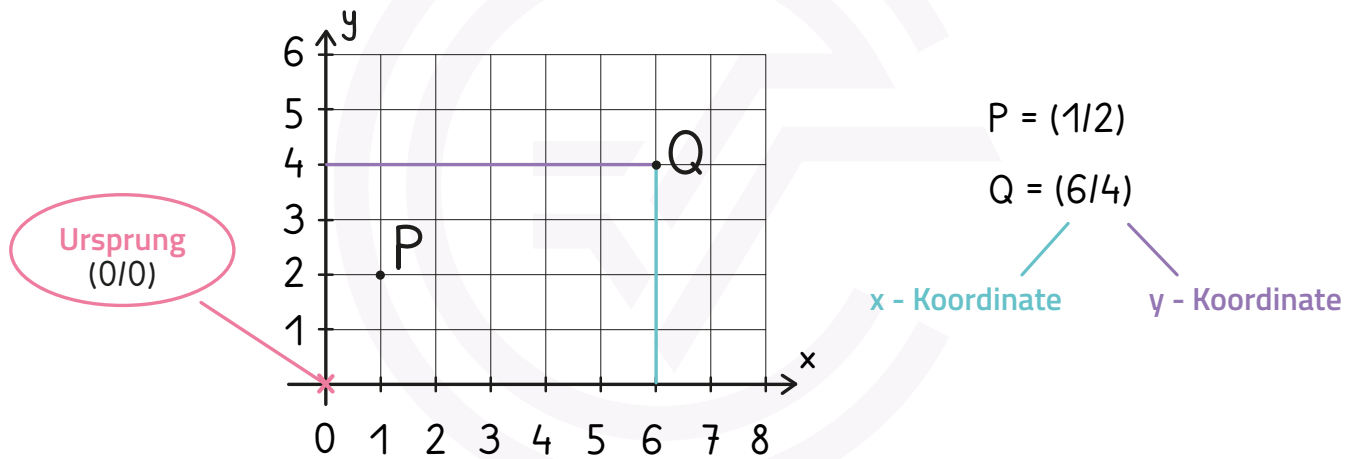
$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

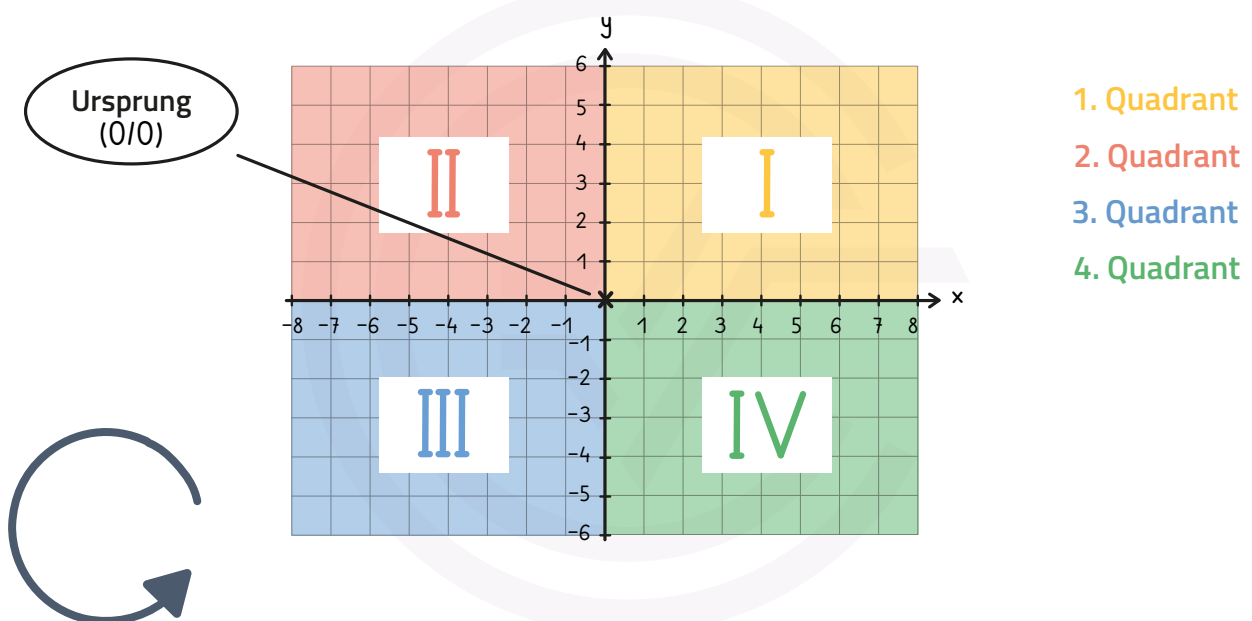


Das positive Koordinatensystem

Kartesische Koordinaten



Die 4 Quadranten

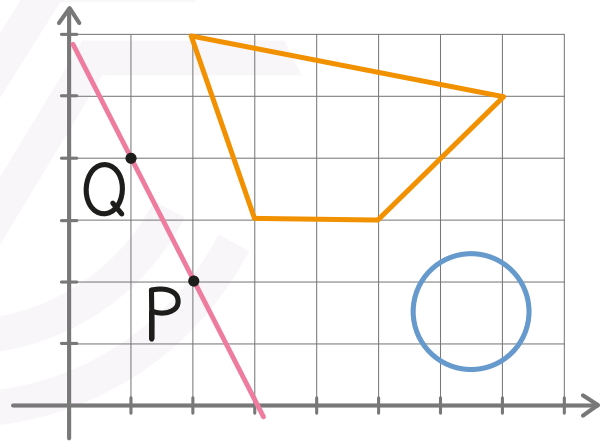
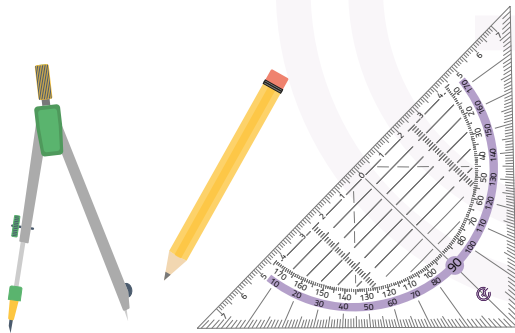


Konstruieren im Koordinatensystem

Wir können in ein zweidimensionales Koordinatensystem z.B. Punkte, Gerade oder Figuren einzeichnen.

Verwende immer ein Geodreieck, wenn du Gerade oder Figuren konstruierst ist.

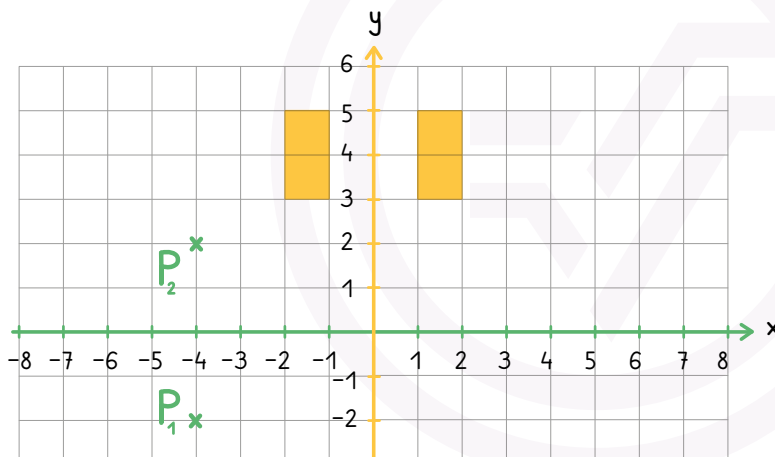
Zur Konstruktion von einem Kreis brauchst du einen Zirkel!



Koordinaten spiegeln

Wir können z.B. Punkte spiegeln, aber auch ganze Figuren.

Häufig werden Punkte oder Figuren an der x - Achse oder der y - Achse gespiegelt.



Spiegeln an der x-Achse

Spiegeln an der y-Achse

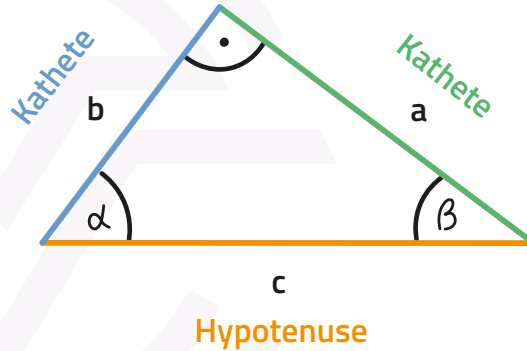


Rechtwinklige Dreiecke

Rechtwinkliges Dreieck:

$$A_{\triangle} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$U_{\triangle} = a + b + c$$

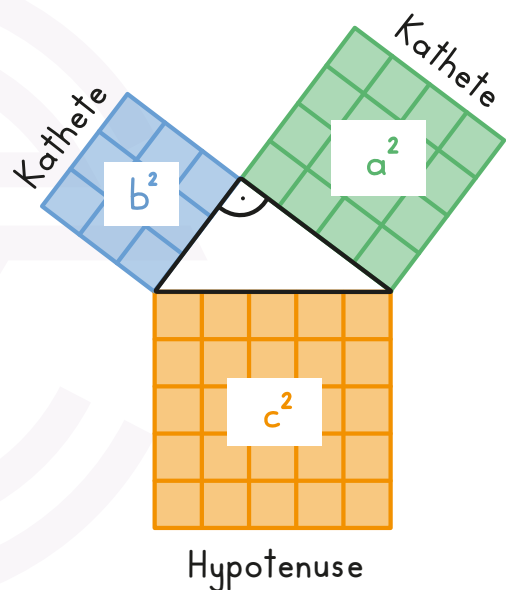


Satz von Pythagoras

Der Satz von Pythagoras gilt nur in
RECHTWINKLIGEN Dreiecken!

$$\text{Kathete}^2 + \text{Kathete}^2 = \text{Hypotenuse}^2$$

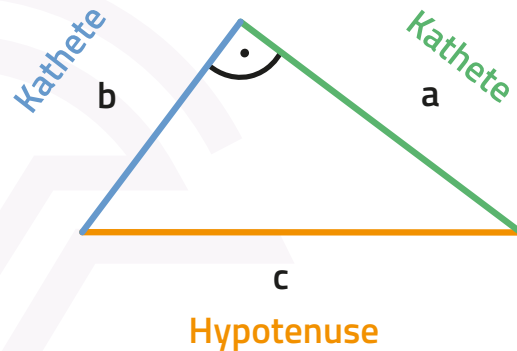
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Hypotenuse und Ankatheten

Hypotenuse berechnen:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Ankatheten berechnen:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



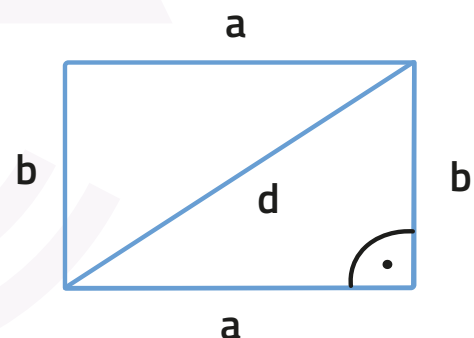
Anwendung in Rechtecken

Der Satz von Pythagoras gilt eigentlich nur für rechtwinklige Dreiecke. Er kann aber trotzdem auch in Vierecken genutzt werden: Oft kannst du rechtwinklige Dreiecke in Vierecken einzeichnen!

Diagonale des Rechtecks: $a^2 + b^2 = d^2$

⇒

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

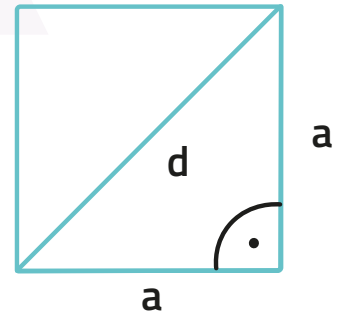


Anwendung in Quadraten

Der Satz von Pythagoras gilt eigentlich nur für rechtwinklige Dreiecke.
Er kann aber trotzdem auch in Vierecken genutzt werden: Oft kannst du rechtwinklige Dreiecke in Vierecken einzeichnen!

Diagonale des Quadrats: $a^2 + a^2 = d^2$

$$\Rightarrow d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2}$$



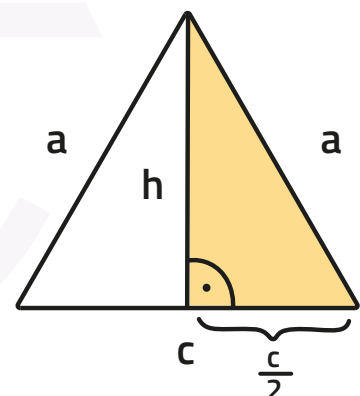
Anwendung in gleichschenkligen Dreiecken

Der Satz von Pythagoras gilt eigentlich nur für rechtwinklige Dreiecke.
Er kann aber trotzdem auch in anderen Dreiecken genutzt werden: Oft kannst du rechtwinklige Dreiecke in andere Dreiecke einzeichnen!

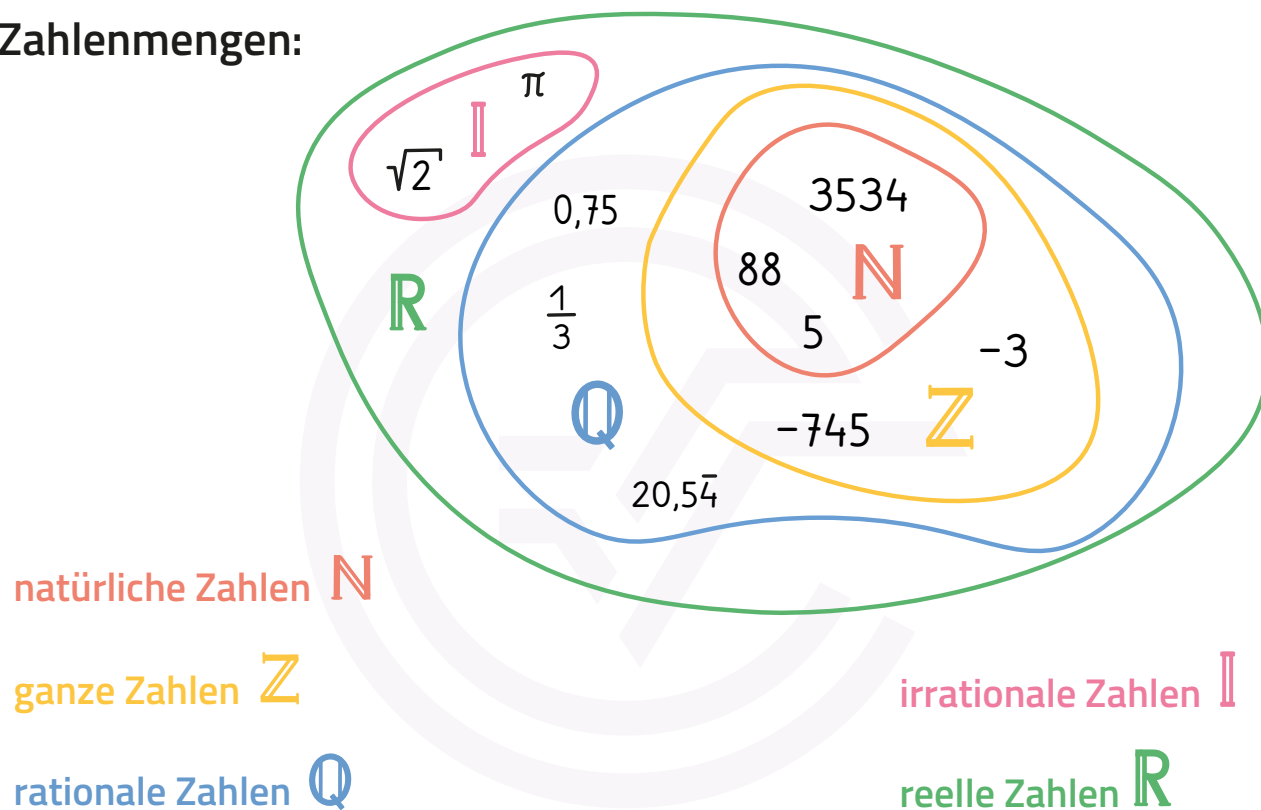
Höhe des gleichschenkligen Dreiecks:

$$h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$



Zahlenmengen:



Die Natürlichen Zahlen **N**



Die Menge der natürlichen Zahlen **N** ist die Menge der positiven, ganzen Zahlen.

Leichter gesagt: Es sind die Zahlen, die man zum Zählen verwendet!

kleinste natürliche Zahl?

0

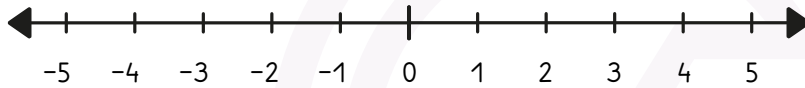
größte natürliche Zahl?

∞



Die Ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$

Die ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$:



kleinste ganze Zahl?

$-\infty$

größte ganze Zahl?

∞

Der Betrag einer Zahl ist der Abstand dieser Zahl von Null und ist daher immer positiv.

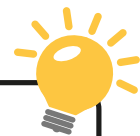


Beispiel: $|-5| = 5$, $|20| = 20$



Die Rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$

Die Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ ist die Menge alle Zahlen, die man als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen kann.



Beispiel: $-\frac{2}{7}$ oder $0,25 = \frac{1}{4}$



Die Rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$

Arten von Dezimalzahlen:

endliche
Dezimalzahlen

Beispiele:
3,2 oder -1,25

rein periodische
Dezimalzahlen

Beispiele:
 $1,\overline{6} = 1,666666\dots$
 $-7,\overline{812} = -7,812812\dots$

gemischt periodische
Dezimalzahlen

Beispiel:
 $0,5\overline{4} = 0,54444\dots$



Addieren und Subtrahieren von Ganzen Zahlen

$$a + (+b) = a + b \quad \text{„Plus und plus macht plus.“}$$

$$a + (-b) = a - b \quad \text{„Plus und minus macht minus.“}$$

$$a - (+b) = a - b \quad \text{„Minus und plus macht minus.“}$$

$$a - (-b) = a + b \quad \text{„Minus und minus macht plus.“}$$



Klammer vor
Punkt vor
Strich!



Multiplizieren und Dividieren von Ganzen Zahlen

Multiplizieren:

$$(+a) \cdot (+b) = +(a \cdot b)$$

„Plus mal plus ist plus.“

$$(+a) \cdot (-b) = -(a \cdot b)$$

„Plus mal minus ist minus.“

$$(-a) \cdot (+b) = -(a \cdot b)$$

„Minus mal plus ist minus.“

$$(-a) \cdot (-b) = +(a \cdot b)$$

„Minus mal minus ist plus.“



Dividieren:

$$(+a) : (+b) = +(a : b)$$

„Plus dividiert durch plus ist plus.“

$$(+a) : (-b) = -(a : b)$$

„Plus dividiert durch minus ist minus.“

$$(-a) : (+b) = -(a : b)$$

„Minus dividiert durch plus ist minus.“

$$(-a) : (-b) = +(a : b)$$

„Minus dividiert durch minus ist plus.“

Es ist nicht erlaubt
durch Null
zu dividieren!



Rechnen mit rationalen Zahlen

Alle Rechenregeln für die ganzen Zahlen
gelten auch für rationale Zahlen!



„Plus mal plus ist plus.“

„Plus mal minus ist minus.“

„Minus mal plus ist minus.“

„Minus mal minus ist plus.“



Man darf nicht durch 0 dividieren!

$$(-a) = (-1) \cdot a$$

Merke!

Klammer vor
Punkt vor
Strich!



Rechnen mit Brüchen



PLUS oder MINUS ?

⇒ Auf den selben
Nenner bringen!



Brüche
DIVIDIEREN?

⇒ mit Kehrwert
multiplizieren!

Brüche
MULTIPLIZIEREN?

⇒ Oben mal oben,
Unten mal unten!



Den Kehrwert eines Bruchs erhält man durch
Vertauschen von Zähler und Nenner!

Der Kehrwert von $\frac{a}{b}$ ist $\frac{b}{a}$.



Verhältnisse

Der Quotient zweier Größen a und b wird als **Verhältnis** bezeichnet:

$$a : b \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b}$$



Man sagt: „a steht im Verhältnis zu b“

Das selbe Verhältnis kann auf unterschiedliche Arten dargestellt werden:

z.B. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$

Verhältniszahl



Verhältnisgleichungen

Eine **Verhältnisgleichung (Proportion)** verbindet zwei Verhältnisse durch ein Gleichheitszeichen:

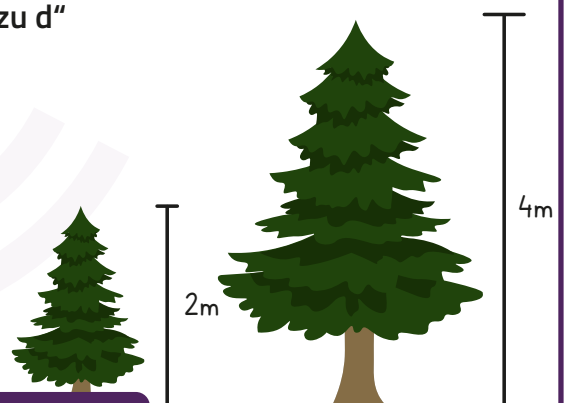
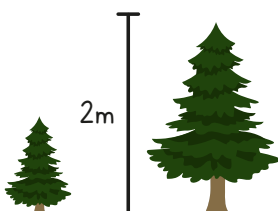
$$a : b = c : d \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$



„a zu b verhält sich wie c zu d“

Die Bäume stehen jeweils im selben Verhältnis

$$1 : 2 = 2 : 4$$

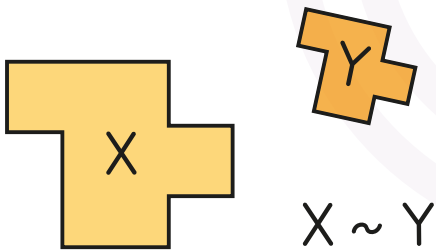


Ähnlichkeit

Zwei Figuren A und B sind mathematisch **ähnlich** zu einander, wenn sie genau die selbe Form haben. Dabei ist egal wie groß sie sind.

Man schreibt dann:

$$A \sim B$$

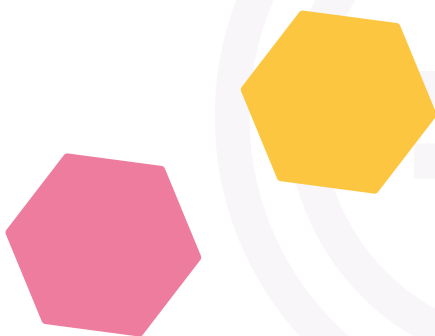


Die Lage, die Größe und die Drehung haben keinen Einfluss auf die Ähnlichkeit.



Kongruenz

Ein Spezialfall der Ähnlichkeit ist die sogenannte **Kongruenz**:



Wenn zwei ähnliche Figuren auch die gleiche Größe haben, dann sind sie **kongruent**.



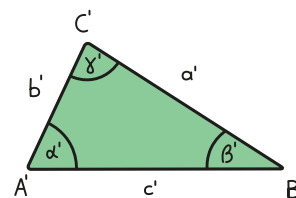
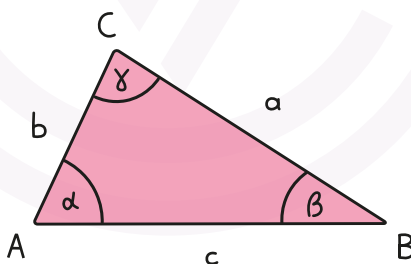
Ähnliche Dreiecke

Zwei Dreiecke sind **ähnlich** zueinander, wenn...

- 1) ... die einander entsprechenden **Winkel gleich groß** sind oder
- 2) ... die einander entsprechenden **Seiten im selben Verhältnis** zu einander stehen.



Bei Dreiecken reicht es, wenn du eine der beiden Bedingungen überprüfst!



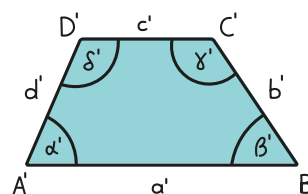
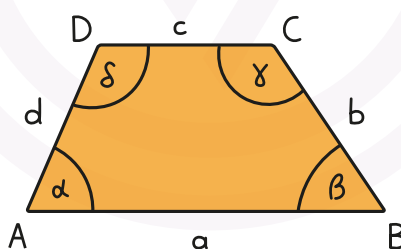
Ähnliche Vierecke und Vielecke

Zwei Figuren mit 4 oder mehr Ecken sind **ähnlich** zueinander, wenn...

- 1) ... die einander entsprechenden **Winkel gleich groß** sind **UND**
- 2) ... die einander entsprechenden **Seiten im selben Verhältnis** zu einander stehen.



Nur wenn beides zutrifft, sind Vierecke oder Vielecke wirklich ähnlich zueinander!



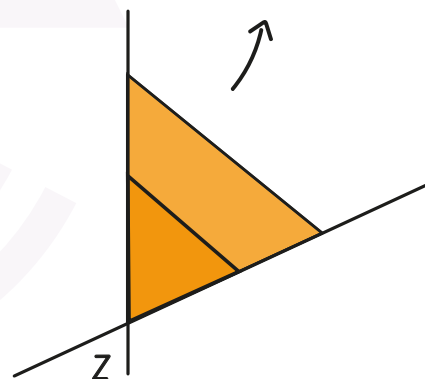
Streckung und Stauchung

Der **Streckungsfaktor** k gibt an, um wie viel eine Strecke, eine Figur oder ein Körper vergrößert oder verkleinert wird.

Bei einer **zentrischen Streckung/Stauchung** werden Figuren in alle Richtungen gleichmäßig vergrößert oder verkleinert.

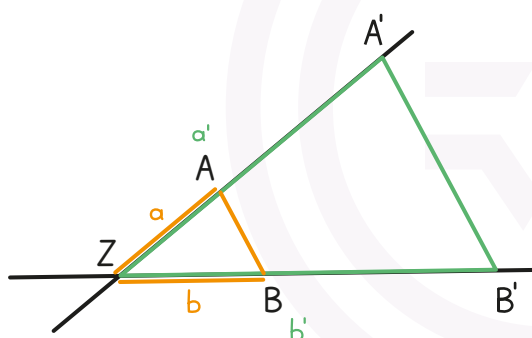
Durch eine zentrische Streckung/Stauchung entstehen zueinander **ähnliche Figuren**.

Das eine Dreieck ist doppelt so groß wie das andere.
Streckungsfaktor $k = 2$



1. Strahlensatz

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!



1. Strahlensatz

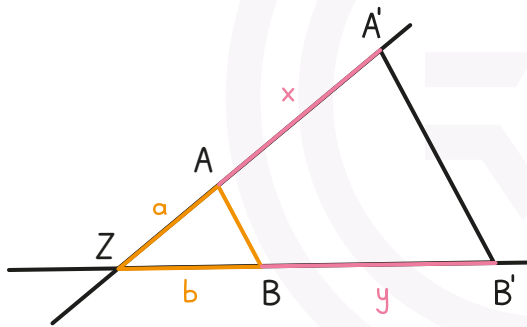
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$$



1. Strahlensatz - Variante

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!



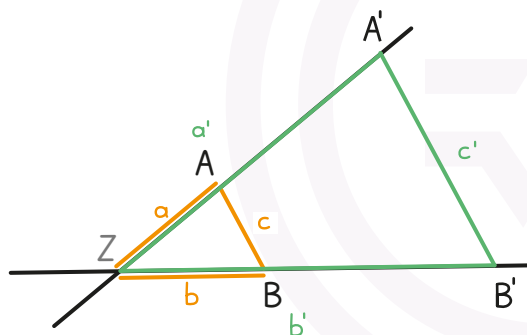
1. Strahlensatz - Variante

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$$
$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$



2. Strahlensatz

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!



2. Strahlensatz

$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'}$$
$$\frac{c}{c'} = \frac{a}{a'}$$



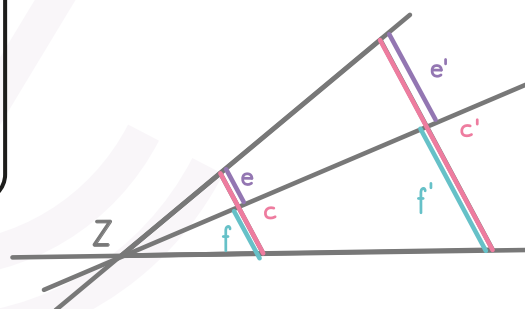
3. Strahlensatz

Für zwei ähnliche Dreiecke gelten die Strahlensätze!



3. Strahlensatz

$$\frac{c}{e} = \frac{c'}{e'}, \quad \frac{c}{f} = \frac{c'}{f'}, \quad \frac{e}{f} = \frac{e'}{f'}$$



Variablen



Variablen sind Platzhalter für Zahlen!

Wofür braucht man Variablen?

Formeln

$$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

Terme

$$(a + 3b) \cdot (2 - 4a)$$

Gleichungen

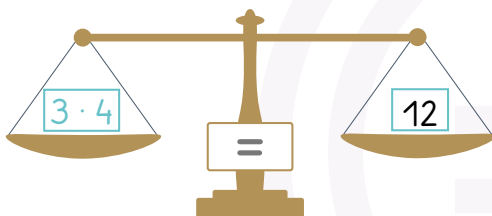
$$10x + 2 = 12$$

$$x = ?$$

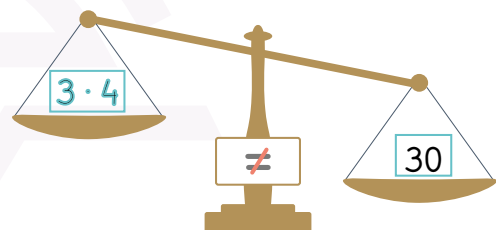


Gleichungen

Eine mathematische Gleichung kannst du mit einer Waage vergleichen!



Wenn beide Seiten ausgeglichen sind, handelt es sich um eine Gleichung.



Wenn die beide Seiten nicht ausgeglichen sind, handelt es sich um eine Ungleichung.



Formeln

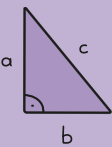
Eine Formel ist wie
ein Kochrezept.

Welche „Zutaten“ brauchen wir?

Was müssen wir tun?



zum Beispiel:

FLÄCHENINHALT Rechtwinkliges Dreieck	
Zutaten: - Seite a - Seite b 	Anleitung: Zuerst nimmt man die Seite a und multipliziert sie mit der Seite b. Dann dividiert man das Ergebnis durch 2. $A_{\triangle} = \frac{a \cdot b}{2}$



Äquivalenzumformungen

Zum Lösen von Gleichungen und zum Umformen von Formeln
brauchst du **Äquivalenzumformungen**.

Dabei veränderst du beide Seiten der Gleichung oder der Formeln
auf die selbe Art und Weise.

zum Beispiel:

$$3a + 6 = 5 - 4a \quad / + 2a$$

$$3a + 6 + 2a = 5 - 4a + 2a$$

Nach einer
Äquivalenzumformung
sind die linke und die
rechte Seite der
Gleichung immer noch
gleich groß.



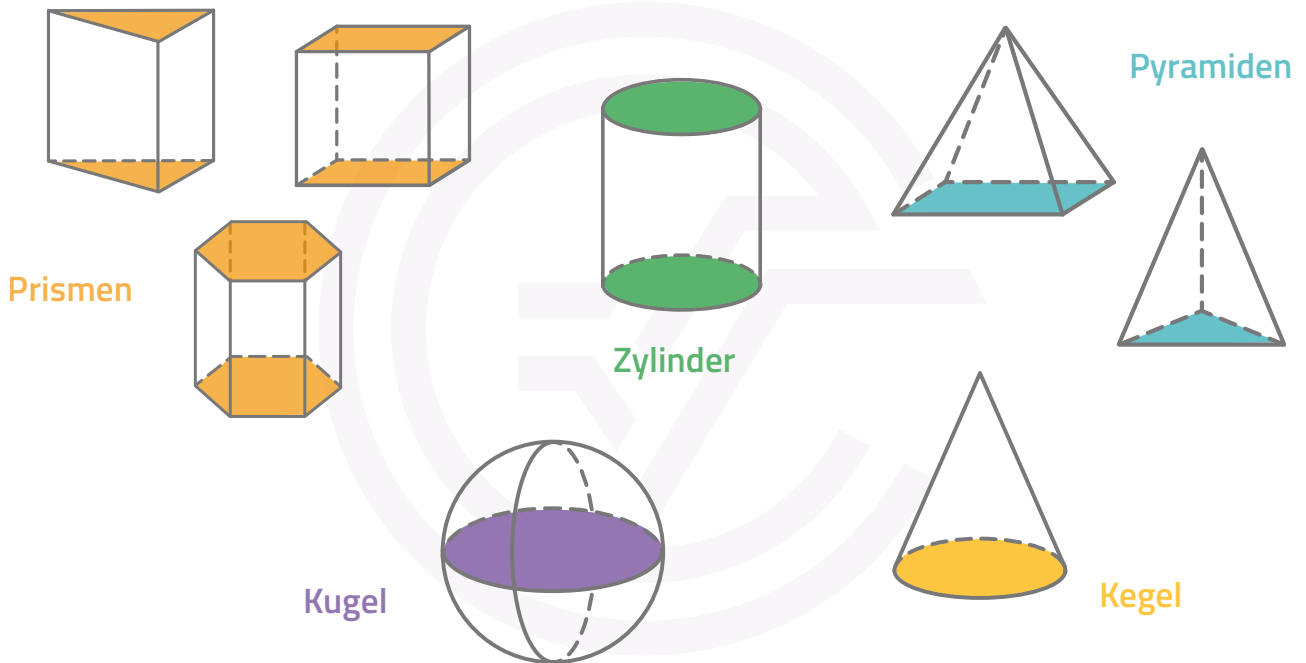
Gleichungen lösen

Um eine Gleichung zu lösen, musst du geschickt Äquivalenzumformungen verwenden. Dabei versuchst du die gesuchte Variable allein auf eine Seite der Gleichung zu bringen, indem du immer die „gegenteilige“ Rechenoperation ausführst.

Addition	$x + 5$	$\Rightarrow$	subtrahieren	$/ - 5$
Subtraktion	$x - 3$	$\Rightarrow$	addieren	$/ + 3$
Multiplikation	$2 \cdot x$	$\Rightarrow$	dividieren	$/ : 2$
Division	$x : 4$	$\Rightarrow$	multiplizieren	$/ \cdot 4$

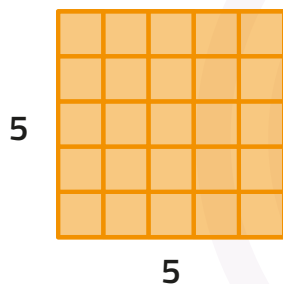


Geometrische Körper



Der Flächeninhalt

In diesem Quadrat sind 25 kleine Quadrate enthalten.



Der Flächeninhalt beträgt also 25 kleine Quadrate.

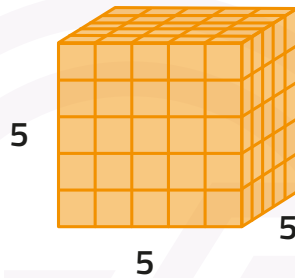
Flächeneinheiten (AE):

1 mm ²	Quadratmillimeter
1 cm ²	Quadratzentimeter
1 dm ²	Quadratdezimeter
1 m ²	Quadratmeter
1 a	Ar
1 ha	Hektar
1 km ²	Quadratkilometer



Das Volumen

In diesem Würfel sind 125 kleine Quadrate enthalten.



Das Volumen beträgt also 125 kleine Quadrate.

Volumseinheiten:

1 mm ³	Kubikmillimeter
1 cm ³	Kubikzentimeter
1 dm ³	Kubikdezimeter
1 m ³	Kubikmeter
1 km ³	Kubikkilometer

≈

1 ml	Milliliter
1 cl	Zentiliter
1 dl	Deziliter
1 l	Liter
1 hl	Hektoliter



Die Masse

Jeder Körper und jedes Objekt hat eine Masse.

Auf der Erde können wir sagen:

Masse = Gewicht



Einheiten der Masse:

1 mg	Milligramm
1 g	Gramm
1 dag	Dekagramm
1 kg	Kilogramm
1 t	Tonne



Die Dichte

Die Dichte ρ gibt an wie viel Masse m in einem Volumen V drin ist.



ρ = "rho"

$$\rho = \frac{m}{V}$$



„Masse pro Volumen“



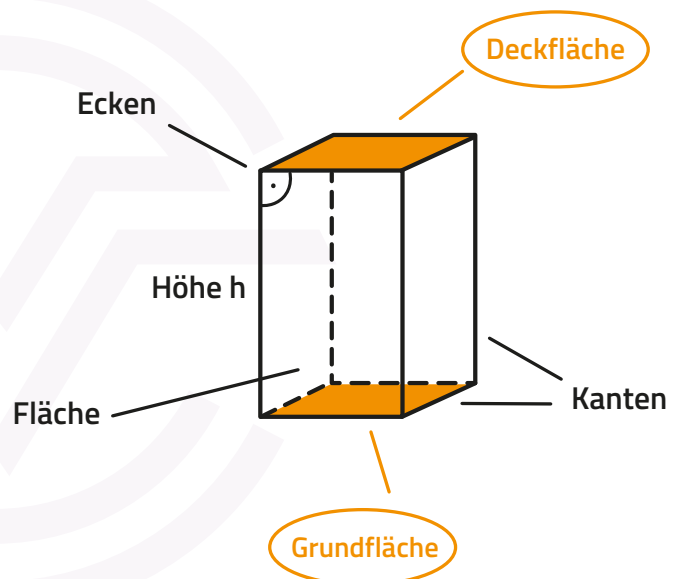
Prismen

Ein Prisma besteht aus...

... zwei kongruenten, eckigen Flächen und gleichlangen, parallelen Kanten.

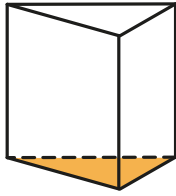
Der Abstand zwischen Grundfläche und Deckfläche wird Höhe genannt.

Die Höhe steht normal auf diese beiden Flächen!

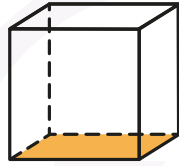


Prismen

Gerade Prismen:



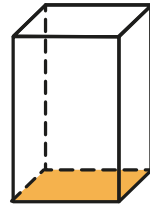
Dreiseitiges Prisma



Würfel



Sechseitiges Prisma

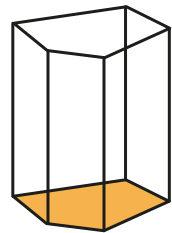


Quader

Bei einem unregelmäßigen Prisma sind Grund- und Deckfläche unregelmäßige Vielecke.

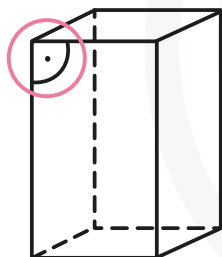
Bei einem regelmäßigen Prisma sind Grund- und Deckfläche regelmäßige Vielecke.

unregelmäßiges Prisma



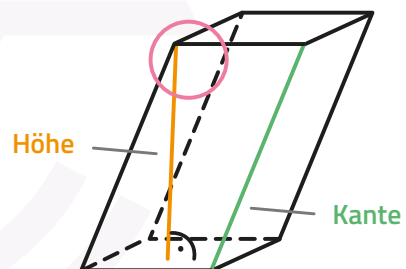
Prismen

Bei geraden Prismen steht die Höhe im rechten Winkel auf die Grund- und Deckfläche.



gerader Quader

Bei ungeraden Prismen steht die Höhe **nicht** im rechten Winkel auf die Grund- und Deckfläche.



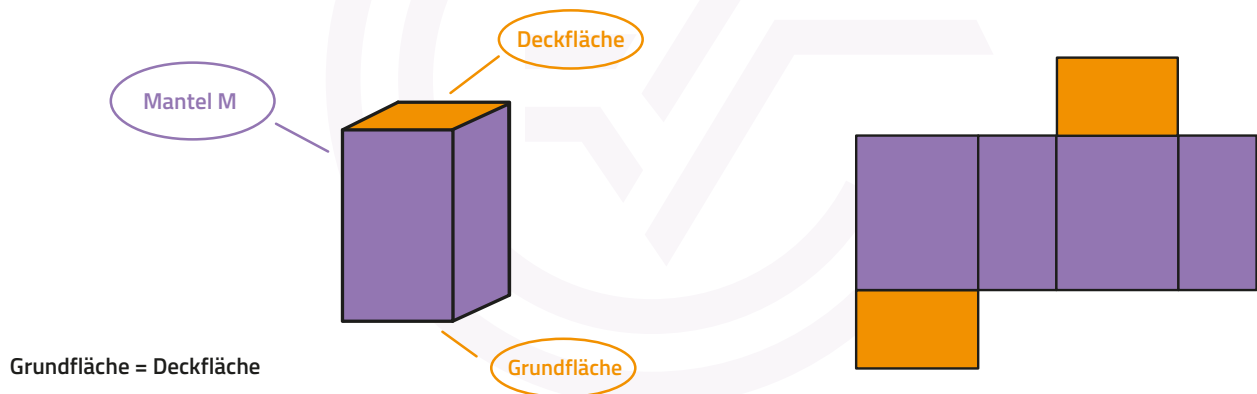
ungerader Quader
(schiefer Quader)



Oberfläche eines Prismas

Oberfläche eines Prismas:

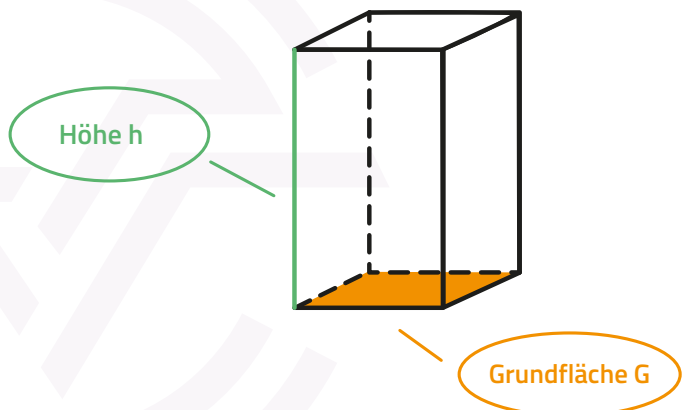
$$O = 2 \cdot G + M$$



Volumen eines Prismas

Volumen eines Prismas:

$$V = G \cdot h$$



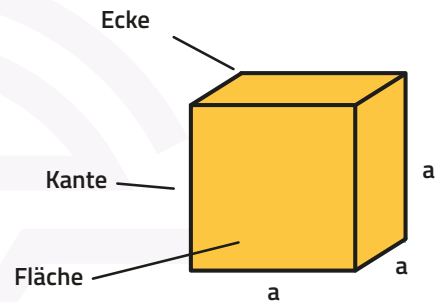
Der Würfel

Ein Würfel hat ...

... 6 gleichgroße Flächen

... 12 gleichlange Kanten

... 8 Ecken



Oberfläche des Würfels:

$$O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2$$

Volumen des Würfels:

$$V = a^3$$



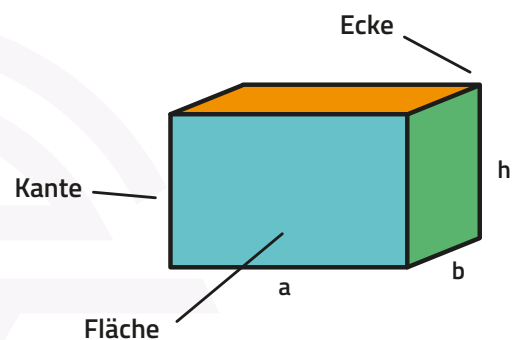
Der Quader

Ein Quader hat ...

... 6 Flächen: je zwei davon sind gleich groß

... 12 Kanten: je vier davon sind gleich lang

... 8 Ecken



Oberfläche des Quaders:

$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$$

Volumen des Quaders:

$$V = a \cdot b \cdot h$$



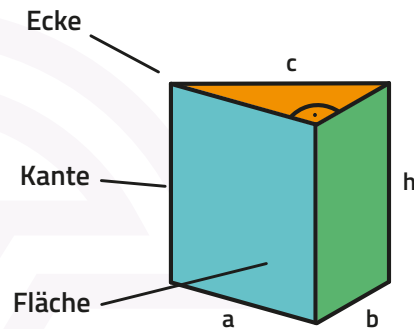
Das dreiseitige Prisma

Ein dreiseitiges Prisma hat ...

... 5 Flächen

... 9 Kanten

... 6 Ecken



Rechtwinkliges, dreiseitiges Prisma:

Oberfläche:

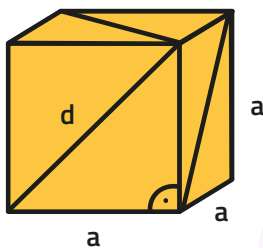
$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$$

Volumen:

$$V = a \cdot b \cdot h$$



Prisma - Flächendiagonalen



Alle Flächendiagonalen eines Würfels sind gleich lang!

$$d = \sqrt{2a^2}$$

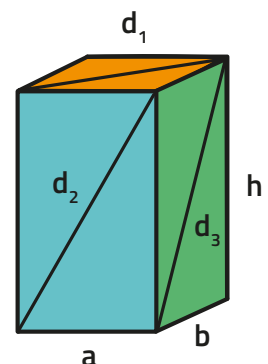
Die FLÄCHENDIAGONALE
berechnen wir mit dem
Satz von Pythagoras!



$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d_2 = \sqrt{a^2 + h^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + h^2}$$



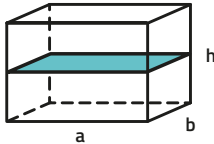
Bei einem Quader gibt
es bis zu drei
verschieden lange
Flächendiagonalen!



Prisma - Schnittebenen

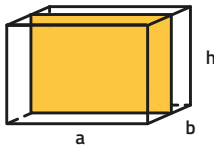
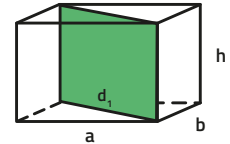
In einem Prisma gibt es mehrere verschiedene Schnittebenen. Sie entstehen, wenn wir uns vorstellen das Prisma durchzuschneiden. Wir können uns zum Beispiel den Flächeninhalt von diesen Schnittebenen berechnen.

Beim Quader gibt es 6 verschiedene Schnittebenen:



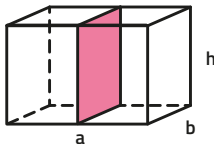
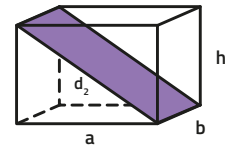
$$A_{\text{blau}} = a \cdot b$$

$$A_{\text{grün}} = d_1 \cdot h$$



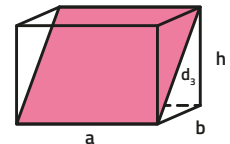
$$A_{\text{gelb}} = a \cdot h$$

$$A_{\text{lila}} = d_2 \cdot b$$



$$A_{\text{rosa}} = b \cdot h$$

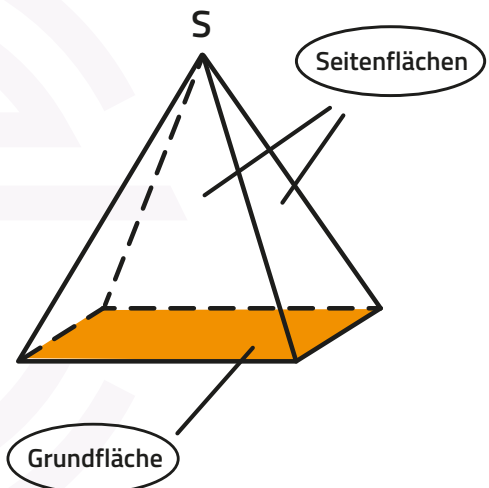
$$A_{\text{orange}} = d_3 \cdot a$$



Pyramiden

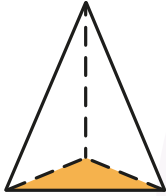
Eine Pyramide besteht aus...

... einer eckigen Grundfläche und mehreren dreieckigen Seitenflächen, die in einer Spitze S zusammenlaufen.



Pyramiden

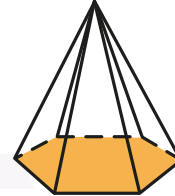
Gerade Pyramiden:



Dreieckige Pyramide



Vierseitige Pyramide



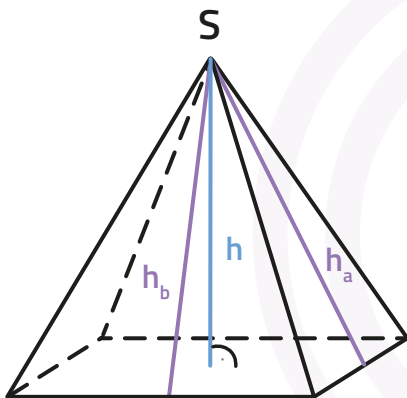
Sechseckige Pyramide

Bei einer unregelmäßigen Pyramide ist die Grundfläche ein unregelmäßiges Vieleck.

Bei einer regelmäßigen Pyramide ist die Grundfläche ein regelmäßiges Vieleck.



Pyramiden



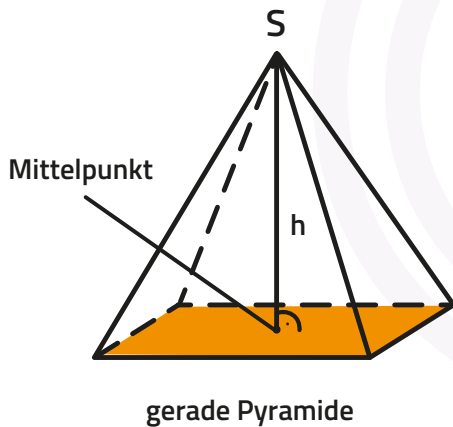
Die **Höhe h** der Pyramide verbindet die Grundfläche mit der Spitze. Die Höhe steht normal auf die Grundfläche.

Auch die Seitenflächen haben eine Höhe. Die werden dann meistens als **Höhe h_a** und **h_b** bezeichnet.

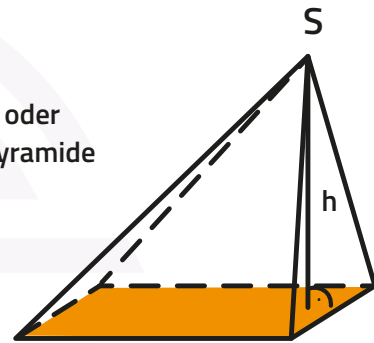


Pyramiden

Bei einer **geraden Pyramide** befindet sich die Spitze S genau über dem „Mittelpunkt“ der Grundfläche.



ungerade oder schiefe Pyramide



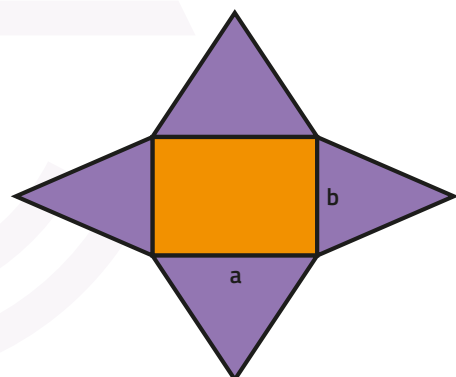
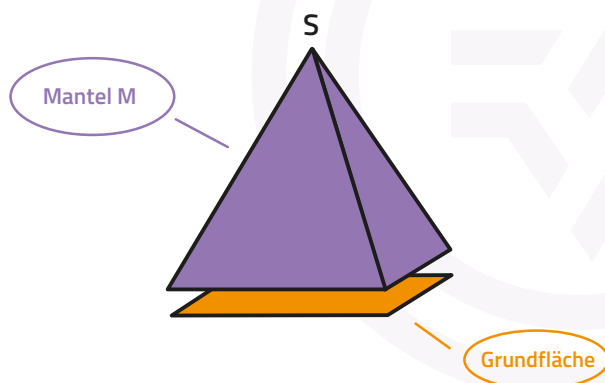
Bei einer **ungeraden** oder **schiefen Pyramide** befindet sich die Spitze S NICHT genau über dem „Mittelpunkt“ der Grundfläche.



Oberfläche einer Pyramide

Oberfläche einer Pyramide:

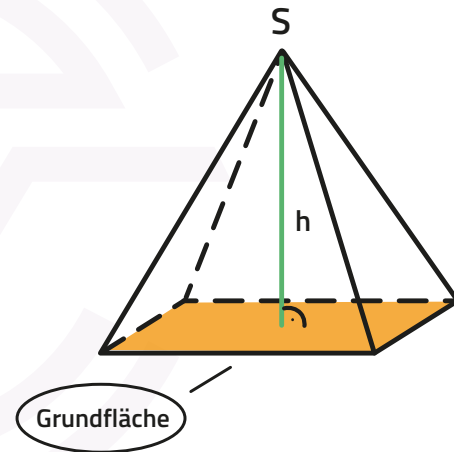
$$O = G + M$$



Volumen einer Pyramide

Volumen einer Pyramide:

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



Die quadratische Pyramide

Eine quadratische Pyramide hat ...

... 5 Flächen

... 8 Kanten

... 5 Ecken



Oberfläche:

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

Volumen:

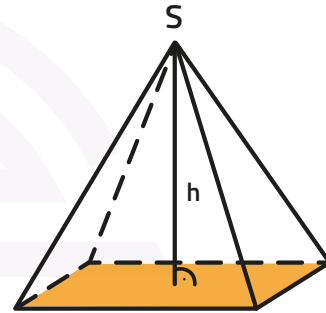
$$V = \frac{a \cdot h}{3}$$



Die vierseitige Pyramide

Eine vierseitige Pyramide hat ...

- ... 5 Flächen
- ... 8 Kanten
- ... 5 Ecken



Oberfläche:

$$O = a \cdot b + a \cdot h + b \cdot h_b$$

Volumen:

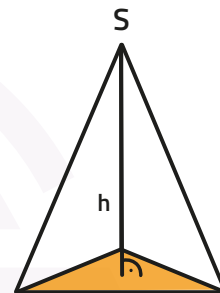
$$V = \frac{a \cdot b \cdot h}{3}$$



Die dreiseitige Pyramide

Eine dreiseitige Pyramide hat ...

- ... 4 Flächen
- ... 6 Kanten
- ... 4 Ecken



Volumen einer dreiseitigen Pyramide
mit einem gleichseitigen Dreieck als
Grundfläche:

$$V = \frac{a \cdot h_a \cdot h}{6}$$



Quadratzahlen



Eine Quadratzahl ist das Produkt einer natürlichen Zahl mit sich selbst.
Das Quadrat einer natürlichen Zahl ist also eine sogenannte Quadratzahl!

Das Quadrat kannst du mit Hilfe eines hochgestellten Zers darstellen!

Beispiel: $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$



Die Quadratwurzel



Das Gegenteil vom Quadrieren ist das sogenannte Ziehen der Quadratwurzel.

$5 \xrightarrow{\text{hoch } 2} 25$
 $25 \xrightarrow{\text{Wurzel ziehen}} 5$
 $5 = 25$

Quadratwurzel

$\sqrt{16} = 4$, weil $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$



Potenzen

Möchtest du eine Zahl mehrmals mit sich selbst multiplizieren, so kannst du diese Zahl auch **potenzieren**.

2 Mal multiplizieren $2 \cdot 2 = 2^2$ hoch 2, quadrieren

3 Mal multiplizieren $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ hoch 3

4 Mal multiplizieren $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$ hoch 4

5 Mal multiplizieren $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ hoch 5

und so weiter ...

45 Mal multiplizieren 2^{45} , 1 Mal multiplizieren $2^1 = 2$



Potenzen

Potenz:

2^5

Exponent
(Hochzahl)

Basis
(Grundzahl)



Potenzen mit negativer Basis

$$(-2)^1 = (-2) = -2$$

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$$

$(-2)^5$
Exponent
(Hochzahl)
negative Basis
(Grundzahl)

Exponent **ungerade** $\Rightarrow$ Ergebnis ist negativ

Exponent **gerade** $\Rightarrow$ Ergebnis ist positiv



Addieren und Subtrahieren von Potenzen

Beim Addieren und Subtrahieren von Potenzen
musst du auf die Basen und Exponenten achten.
Nur wenn Basis und Exponent gleich sind darfst du
die Potenzen mit einander addieren und subtrahieren.



Beispiel: $3^2 + 3^2 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$

Merke!

Hoch vor
Punkt vor
Strich!



Multiplizieren von Potenzen

Multipliziert man zwei oder mehrere Potenzen mit **GLEICHER BASIS** miteinander, so werden die Exponenten **addiert**:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Für Potenzen mit **GLEICHEM EXPONENTEN** gilt:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$



Dividieren von Potenzen

Dividiert man zwei oder mehrere Potenzen mit **GLEICHER BASIS** miteinander, so werden die Exponenten **addiert**:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}$$

Für Potenzen mit **GLEICHEM EXPONENTEN** gilt:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



Potenzieren von Potenzen

Potenziert man eine Potenz, so werden die Exponenten multipliziert:


$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$



Gleitkommadarstellung

$10 = 10^1$	Zehn	Deka
$100 = 10^2$	Hundert	Hekto
$1000 = 10^3$	Tausend	Kilo
$1000000 = 10^6$	Million	Mega
$1000000000 = 10^9$	Milliarde	Giga
$1000000000000 = 10^{12}$	Billion	Tera
$1000000000000000 = 10^{15}$	Billiarde	Peta

Entfernung Erde-Sonne: $150\,000\,000\text{ km} = 150 \cdot 1000000\text{ km}$
 $= 150 \cdot 10^6\text{ km}$



Prozente

100 %

Prozent = „von 100“

43 %

43 % = 43 „von 100“

$$p \% = \frac{p}{100}$$

Zum Beispiel:

$$43\% = \frac{43}{100} = 0,43$$

$$3\% = \frac{3}{100} = 0,03$$



Prozentrechnung

Grundwert **G** $\hat{=}$ 100%, das Ganze

Anteil **A** passend zu **p** %

Prozentsatz **p** passend zu **A**

$$A = G \cdot \frac{p}{100}$$

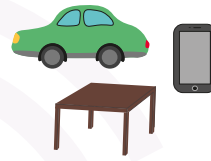
$$G = A \cdot \frac{100}{p}$$

$$p = \frac{A \cdot 100}{G}$$



Mehrwertsteuer (MwSt.)

Die Mehrwertsteuer wird auch Umsatzsteuer genannt. In Österreich beträgt sie normalerweise 20%. Bei Lebensmitteln, Büchern und Medikamenten beträgt sie aber nur 10%.



20% MwSt.



10% MwSt.

brutto

mit MwSt. , inklusive MwSt.

netto

ohne MwSt. , exklusive MwSt.

Grundwert **G** = Nettopreis



Prozentrechnung in einem Schritt

zum Beispiel: 50€ um 20% erhöhen

$$50€ \dots 100\% \Rightarrow 100\% + 20\% = 120\%$$

$\Rightarrow$ Wir berechnen einfach 120% von 50€

Prozente erhöhen:

$$1 + \frac{20}{100} = 1,2$$

zum Beispiel: 50€ um 20% verringern

$$50€ \dots 100\% \Rightarrow 100\% - 20\% = 80\%$$

$\Rightarrow$ Wir berechnen einfach 80% von 50€

Prozente verringern:

$$1 - \frac{20}{100} = 0,8$$



Zinsrechnung

Kapital K_0 eingezahlter Betrag

Zinsen Z gutgeschriebener Betrag

Jahreszinssatz p Wie viel Prozent des Kapitals
wird pro Jahr (p.a.) gutgeschrieben?

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100}$$

$$K_0 = Z \cdot \frac{100}{p}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100}{K_0}$$



Monats und Tageszinsen

Zinsen für 1 Jahr:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100}$$

Zinsrechnung: 1 Jahr = 360 Tage
1 Monat = 30 Tage



Zinsen für 1 Tag:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{360}$$

Zinsen für 1 Monat:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{12}$$



Kapitalertragssteuer (KESt.)

Zinsen müssen auch versteuert werden! In vielen Beispielen musst du deshalb die sogenannte Kapitalertragssteuer mit einberechnen.

Kapitalertragsteuer

KESt. = 25%

vor Abzug der KESt. (mit Steuern) $\Rightarrow$ Bruttozinsen Z_{brutto}

nach Abzug der KESt. (ohne Steuern) $\Rightarrow$ Nettozinsen Z_{netto}

$$Z_{\text{netto}} = Z_{\text{brutto}} \cdot 0,75$$



Nettozinssatz

Zinsen müssen auch versteuert werden! In vielen Beispielen musst du deshalb die sogenannte Kapitalertragssteuer mit einberechnen.

Kapitalertragsteuer

KESt. = 25%

vor Abzug der KESt. (mit Steuern) $\Rightarrow$ Bruttozinssatz p_{brutto}

nach Abzug der KESt. (ohne Steuern) $\Rightarrow$ Nettozinssatz p_{netto}

$$p_{\text{netto}} = p_{\text{brutto}} \cdot 0,75$$



Variablen



Variablen sind Platzhalter für Zahlen!

Wofür braucht man Variablen?

Formeln

$$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

Terme

$$(a + 3b) \cdot (2 - 4a)$$

Gleichungen

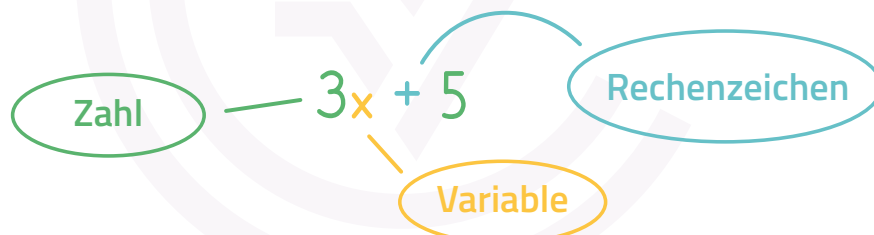
$$10x + 2 = 12$$

$$x = ?$$



Terme

Ein Term ist eine Kombination aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen, aber ohne Gleichheitszeichen!



Der Wert eines Terms

Was ist der Wert dieses Terms?

$$2 \cdot a + 3 \cdot b \quad \text{mit} \quad a = 4, \quad b = 2$$

Dann ist der Wert dieses Terms:

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$$

Um den Wert eines Terms zu berechnen, setze ich einfach die Werte der Variablen in diesen Term ein!



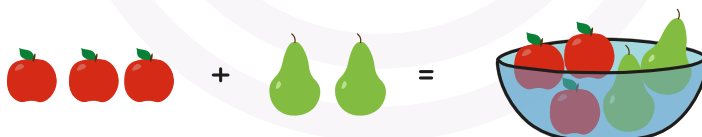
Addieren und Subtrahieren von Termen

Beim Addieren und Subtrahieren von Termen ist es wichtig, dass du immer nur Gleiches mit Gleichem addierst und subtrahierst!

also Zahlen mit Zahlen und Variablen mit gleichen Variablen

Das kannst du mit Obstsorten vergleichen. In einem Obstkorb kannst du auch immer nur gleiches Obst mit gleichem Obst zusammenrechnen. Alles andere würde keinen Sinn ergeben.

$$3a + 2b = 3a + 2b$$



Klammern auflösen

Wenn du eine Klammer auflösen möchtest, musst du auf das Vorzeichen VOR der Klammer achten.

Steht ein Plus vor der Klammer, kannst du die Klammer einfach weglassen.

Steht ein Minus vor der Klammer, musst du alle Vorzeichen umkehren.



$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$



Multiplizieren von Termen



Allgemein gilt: Gleiches mit Gleichem multiplizieren!

also Zahlen mit Zahlen und Variablen mit gleichen Variablen

Klammer mit Faktor
multiplizieren
("Hineinmultiplizieren"):

$$2 \cdot (a + b) = 2a + 2b$$

⇒ Faktor mit jedem
Eintrag multiplizieren!

2 Klammern
multiplizieren:

$$(a - 2) \cdot (b + 3) = ?$$

⇒ jeden Eintrag mit
jedem Eintrag
multiplizieren!



Herausheben bei Termen



Beim Herausheben ziehst du Zahlen, Variablen oder ganze Terme aus einer Klammer heraus.

Du kannst nur Zahlen, Variablen oder Terme aus der Klammer herausheben, **die in allen Teilen innerhalb der Klammer vorkommen**. Du machst damit das „Hineinmultiplizieren“ rückgängig!

„Hinein multiplizieren“

$$4 \cdot (x - y) = 4x - 4y$$

Herausheben



Potenzen in Termen multiplizieren

Multipliziert man zwei oder mehrere Potenzen mit **GLEICHER BASIS** miteinander, so werden die Exponenten **addiert**:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Für Potenzen mit **GLEICHEM EXPONENTEN** gilt:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$



Potenzen in Termen dividieren

Dividiert man zwei oder mehrere Potenzen mit **GLEICHER BASIS** miteinander, so werden die Exponenten **addiert**:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}$$

Für Potenzen mit **GLEICHEM EXPONENTEN** gilt:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



Die binomischen Formeln

Mit den binomischen Formeln ersparst du dir bei vielen Beispielen mühsame Klammermultiplikationen durchzuführen!

- 1) Wenn du eine Klammer der Form $(a + b)$ mit sich selbst multiplizieren willst, kannst du auch die **1. Binomische Formel** anwenden:

$$\textcircled{1} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- 2) Wenn du eine Klammer der Form $(a - b)$ mit sich selbst multiplizieren willst, kannst du auch die **2. Binomische Formel** anwenden:

$$\textcircled{2} \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- 3) Wenn du eine Klammer der Form $(a + b)$ mit einer Klammer der Form $(a - b)$ multiplizieren willst, kannst du auch die **3. Binomische Formel** anwenden:

$$\textcircled{3} \quad (a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

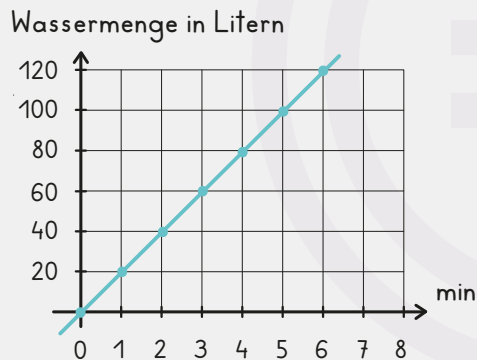


Wachstum und Abnahme

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, wie wir Wachstums- und Abnahmeprozesse in der Mathematik darstellen können.

Zum Beispiel können wir das Befüllen einer Badewanne mit Wasser mit Hilfe

... eines Koordinatensystems,



... mit einer sogenannten Wertetabelle oder

Zeit	Menge
0 min	0 l
1 min	20 l
2 min	40 l
3 min	60 l

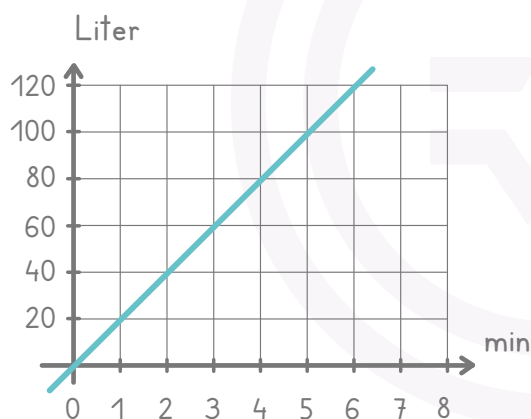
... einer Gleichung darstellen! $y = 20x$



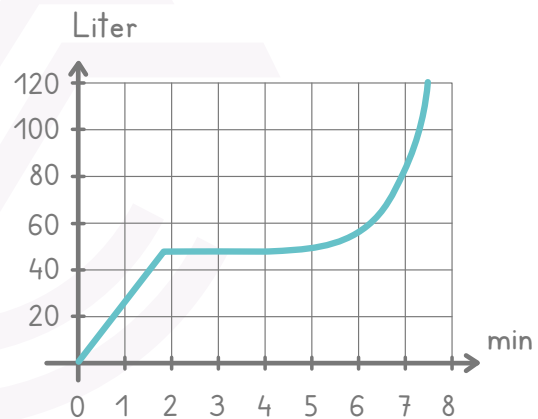
Zunahmeprozesse

Je nachdem wie die Zunahme verläuft, schauen die Graphen, Wertetabellen und Gleichungen anders aus.

gleichmäßige
Zunahme

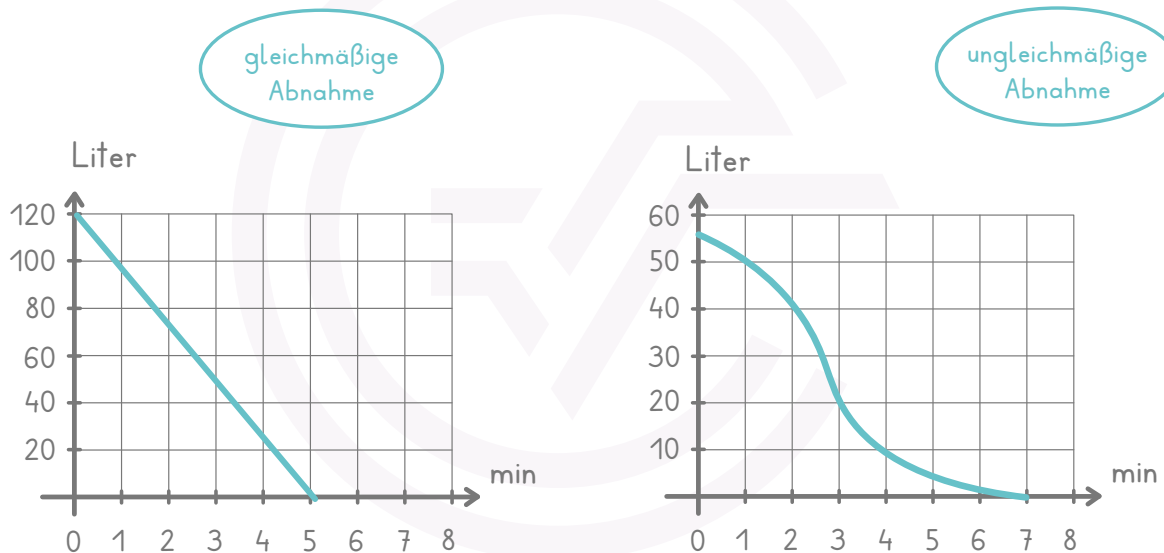


ungleichmäßige
Zunahme



Abnahmeprozesse

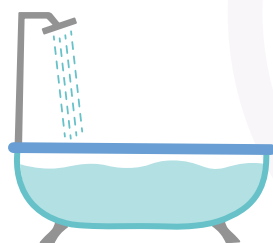
Je nachdem wie die Abnahme verläuft, schauen die Graphen, Wertetabellen und Gleichungen anders aus.



Wertetabelle

In einer Wertetabelle kannst du den Verlauf von Abnahme- oder Wachstumsprozessen mit Zahlen darstellen.

Diese Wertetabelle hier beschreibt zum Beispiel das Befüllen einer Badewanne mit Wasser im Laufe der Zeit:



Zeit	Menge
0 min	0 l
1 min	20 l
2 min	40 l
3 min	60 l

Am Anfang ist kein Wasser in der Badewanne.

Nach einer Minute sind 20 Liter darin,

nach 2 Minuten 40 Liter

und nach 3 Minuten 60 Liter.

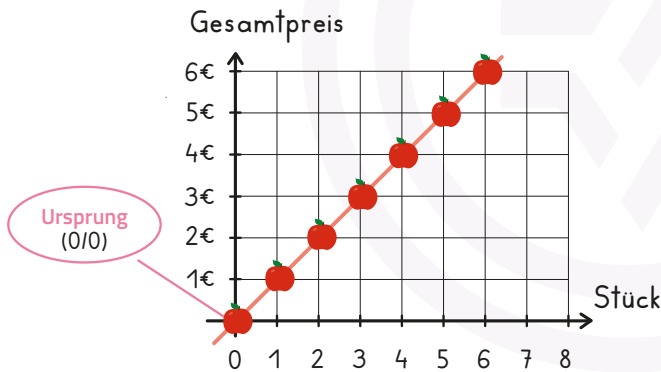


Direkte Proportionalität



Für ein **direkt proportionales Verhältnis** gilt:

Geht man einen Schritt auf der x - Achse weiter,
dann erhöht sich der y - Wert immer um den selben Wert!



Je mehr Äpfel ich kaufe,
desto mehr muss ich zahlen!

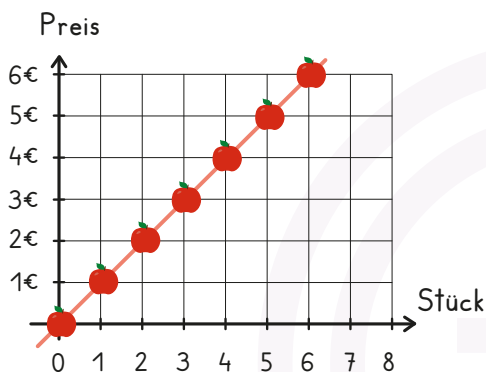
hier: Gesamtpreis = $k \cdot \text{Stück}$

allgemein:

$$y = k \cdot x$$



Der Proportionalitätsfaktor



Es gilt:

$$y = k \cdot x$$

1 Apfel kostet $1 \cdot 1\text{€} = 1\text{€}$

2 Äpfel kosten $2 \cdot 1\text{€} = 2\text{€}$

3 Äpfel kosten $3 \cdot 1\text{€} = 3\text{€}$

Der **Proportionalitätsfaktor k** ist
konstant und gibt die **Zunahme pro**
Zeit-, Stück- oder Geldeinheit an.



Hier gibt der Proportionalitätsfaktor
die Zunahme des Gesamtpreises
pro Stückzahl an:

pro Apfel wird der Preis um 1€ höher

$$\Rightarrow k = 1\text{€}$$



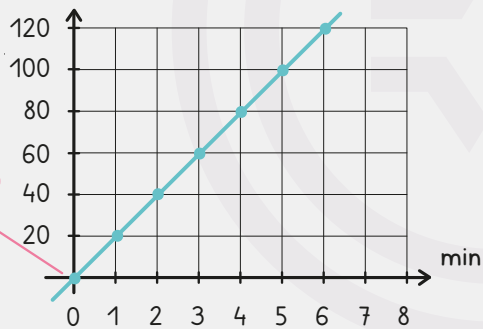
Direkte Proportionalität

Wie erkenne ich ein **indirekt proportionales** Verhältnis?

„je mehr desto mehr“

Graphisch:

Wassermenge in Litern



Rechnerisch:

$$y = k \cdot x$$

Proportionalitätsfaktor

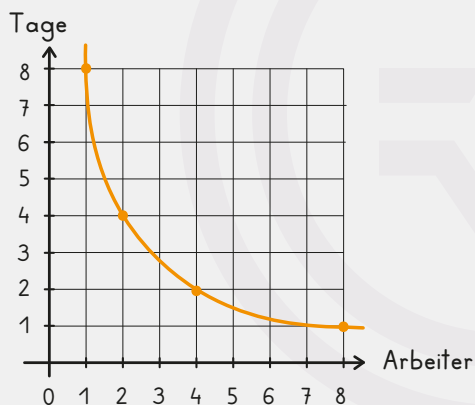
$$k = \frac{y}{x}$$



Indirekte Proportionalität

Wie erkenne ich ein **indirekt proportionales** Verhältnis?

„je mehr desto weniger“



Rechnerisch:

$$y = \frac{k}{x}$$
$$k = x \cdot y$$

Konstante

